

УДК 621.317.73

**В.В.Мартинюк**, канд. техн. наук

### ШВИДКИЙ МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОХІМІЧНИХ КОНДЕНСАТОРІВ

*Анотація.* Запропоновано швидкий метод вимірювання електричних параметрів електрохімічного конденсатора у разі використання трьох вимірювальних частот на мінімальній зарядній напрузі та двох вимірювальних частот на максимальній зарядній напрузі електрохімічного конденсатора. Метод базується на застосуванні нелінійної математичної моделі електрохімічного конденсатора. Отримані вирази для визначення параметрів еквівалентної заступної схеми електрохімічного конденсатора із використанням запропонованого методу.

*Ключові слова:* електрохімічний конденсатор, вимірювальні частоти, нелінійна математична модель

**V.V.Martynyuk**, PhD

### FAST METHOD FOR MEASUREMENT OF THE ELECTROCHEMICAL CAPACITOR ELECTRICAL PARAMETERS

*Abstract.* The fast method was proposed for measurement of the electrochemical capacitor electrical parameters by using three measurement frequencies at the minimal charged voltage and two measurement frequencies at the maximum charged voltage of the electrochemical capacitor. The method is based on utilization of the nonlinear mathematical model of the electrochemical capacitor. The expressions for defining of the electrochemical capacitor equivalent circuit parameters were established with using of the proposed method.

*Keywords:* electrochemical capacitor, measurement frequencies, nonlinear mathematical model

**В.В.Мартынюк**, канд. техн. наук

### БЫСТРЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ КОНДЕНСАТОРОВ

*Аннотация.* Предложен быстрый метод измерения электрических параметров электрохимического конденсатора при использовании трех измерительных частот на минимальном зарядном напряжении и двух измерительных частот на максимальном зарядном напряжении электрохимического конденсатора. Метод базируется на использовании нелинейной математической модели электрохимического конденсатора. Получены выражения для определения параметров эквивалентной схемы замещения электрохимического конденсаторов при использовании предложенного метода.

*Ключевые слова:* электрохимический конденсатор, измерительные частоты, нелинейная математическая модель

**Постановка проблеми.** Принципова відмінність електрохімічних конденсаторів (ЕК) від традиційних полягає у відсутності у них діелектрика між електродами. Електрична ємність ЕК забезпечується подвійним електричним шаром (ПЕШ), який виникає на межі поділу електрод/електроліт [8].

Дослідженнями електричних параметрів ЕК встановлено, що їх параметри суттєво відрізняються від традиційних конденсаторів. Аналіз комплексного опору ЕК на змінному струмі показує, що спостерігається значна відмінність значень ємності та активного внутрішнього опору ЕК на різних частотах вимірювального сигналу. Також спостерігається відхилення уявної та дійсної складових комплексного опору ЕК при різних значеннях їх зарядної напруги [2].

Оскільки математичною моделлю ЕК є пасивний нелінійний реактивний двополосник [2–4], вимірювання електричних параметрів ЕК зводиться до вимірювання комплексного опору пасивного нелінійного реактивного двополосника в широкому діапазоні вимірювальних частот при різних значеннях зарядної напруги.

Вимірювання комплексного опору ЕК в ультранизькочастотному діапазоні частот потребують значних часових затрат, які обумовлені тривалим періодом коливання ультранизькочастотного сигналу, великою кількістю вимірювальних частот та необхідністю проведення вимірювань при різних значеннях зарядних напруг.

Отже зменшення часу вимірювання електричних параметрів ЕК є досить актуальною проблемою в процесі виробництва та тестування ЕК.

© Мартинюк В.В., 2012

**Аналіз досліджень і публікацій.** Проблема вимірювання комплексних опорів є надзвичайно важливою в електротехніці та електроніці. Такі видатні вчені, як Томсон, Хевісайд, Він, Максвел та інші внесли вагомий доробок у створення методів та засобів вимірювання електричних параметрів комплексних опорів.

Вражаючі досягнення в цій галузі були отримані радянськими та українськими вченими: К.Б. Карандєєвим, А.Д. Нестеренко, Ф.Б. Гриневичем, М.М. Сурду, А.І. Новіком, В.Ю. Кнеллером, Г.А. Штамбергером, Т.М. Алєєвим, А.І. Мартяшиним, С.Л. Епштейном, Б.Н. Швецьким, В.М. Шляндіним та багатьма іншими.

Згадані вчені розробили цілий ряд методів та приладів для вимірювання електричних параметрів комплексних опорів на основі прямого перетворення та врівноважування мостових і компенсаційно-мостових схем, які серійно виготовлялись та застосовувались у конденсаторній промисловості.

Вітчизняні вимірювачі комплексних опорів характеризуються високою точністю та широким динамічним діапазоном вимірювання і відповідають (а часом і перевищують) за своїми параметрами та характеристиками найкращим закордонним приладам провідних компаній світу таких як Hewlett Packard, Wyne Keer, General Radio тощо.

Виходячи з аналізу методів та засобів вимірювання комплексних опорів, пропонується класифікація методів вимірювання електричних параметрів ЕК, наведена на рис. 1.



Рис. 1. Класифікація методів вимірювання електричних параметрів ЕК

У відповідності із запропонованою класифікацією методів вимірювання параметрів (рис. 1) можна виділити три основних групи методів: зарядно-розрядні; імпедансної спектроскопії; нелінійної параметризації.

Зарядно-розрядні методи (ЗРМ) вимірювати параметри та характеристики ЕК на постійному струмі. В основі методів лежить вимірювання параметрів перехідного процесу при підключенні ЕК до еталонного джерела струму, напруги або потужності.

Методи імпедансної спектроскопії (МІС) дозволяють вимірювати параметри та характеристики ЕК, використовуючи спектральні характеристики сигналів впливу та відгуку на цей вплив, які поступають та знімаються з ЕК в процесі вимірювання [5].

Методами нелінійної параметризації (МНП) вимірюють параметри та характеристики ЕК з урахуванням нелінійних властивостей ЕК.

Засоби вимірювання електричних параметрів ЕК в більшості випадках вимірюють комплексні величини напруги та струму невідомого комплексного опору ЕК [5].

Найбільшого застосування набули цифрові мікропроцесорні засоби вимірювання, в яких частина вимірювальних перетворень здійснюється за допомогою мікропроцесора, а точність вимірювання забезпечується лише одним вимірювальним колом, що значно спрощує та здешевлює прилад в цілому.

Серед засобів вимірювання електричних параметрів ЕК потрібно відмітити закордонні прилади HP4274A, 4275A, HP4284A, 4285A компанії Hewlett – Packard (США) [6], B605, B905, 6425 компанії Wayne Kerr (Великобританія) [7], а також вітчизняні прилади P5083 та ПІЭКА-0,2 (АТ "Катіон", м. Хмельницький, Україна), які за своїми параметрами та характеристиками не поступалися на той час найкращим закордонним аналогам [1].

На основі проведеного аналізу методів та засобів вимірювання електричних параметрів ЕК можна зробити висновок, що існуючі закордонні та вітчизняні засоби повністю не задовольняють вимогам, які висуваються виробниками та споживачами ЕК. Сформулюємо ці основні вимоги:

широкий діапазон вимірювання ємності та активного внутрішнього опору;  
широкий частотний діапазон;  
врахування нелінійних властивостей ЕК;  
зручність у використанні.

Отже важливим є створення нового методу вимірювання електричних параметрів ЕК, який би відповідав зазначеним вимогам.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** В загальному вигляді вимірювання електричних параметрів ЕК полягає в ідентифікації еквівалентної схеми заміщення ЕК та визначенні числових значень параметрів елементів цієї схеми заміщення. Критерієм адекватності вибраної еквівалентної схеми заміщення реальному ЕК є збіг передавальної функції математичної моделі ЕК з вимірюваною передавальною функцією реального ЕК.

Враховуючи, що ЕК – це пасивний двополюсник як передавальна функція виступає функція його імітансу – функція комплексного опору (імпедансу) та комплексної провідності (адмітансу).

Дослідження основних електричних параметрів електрохімічного конденсатора показують, що до складу його нелінійної математичної моделі входять нелінійний еквівалентний частотнозалежний активний опір втрат  $R_{екв}(\omega, u)$  та нелінійна еквівалентна частотнозалежна ємність  $C_{екв}(\omega, u)$  [2], а для вимірювання цих параметрів застосовуються методи імпедансної спектроскопії [5].

Вхідний комплексний опір нелінійної математичної моделі ЕК з еквівалентними нелінійними частотнозалежними елементами визначається виразом (1)

$$Z(j\omega, u) = \left( R_{\min} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\omega^\alpha + 1} \right) \cdot (1 + K_R u) + \frac{1}{j\omega \left( C_{\min} + \frac{C_{\max} - C_{\min}}{\omega^{1-\alpha} + 1} \right) \cdot (1 + K_C u)}, \quad (1)$$

де  $R_{\min}$ ,  $R_{\max}$ ,  $C_{\min}$  та  $C_{\max}$  – мінімальні та максимальні значення еквівалентних частотнозалежних активного опору втрат та ємності ЕК;  $K_R$  і  $K_C$  – коефіцієнти пропорційності від напруги заряду ЕК;  $\alpha$  – показник степеня дробового порядку ( $0 < \alpha < 1$ ).

Недоліком методів імпедансної спектроскопії є тривалий час вимірювання, обумов-

лений використанням великої кількості вимірювальних частот і рівнів зарядних напруг ЕК.

Для усунення цього недоліку пропонується метод прискореного вимірювання електричних параметрів ЕК, який базується на використанні трьох вимірювальних частот  $\omega_{\max}$ ,  $\omega_{\text{сер}}$  та  $\omega_{\text{дод}}$  на мінімальній зарядній напрузі ЕК  $U_{\min}=0\text{В}$ , а також двох вимірювальних частот  $\omega_{\max}$  і  $\omega_{\text{сер}}$  на максимальній зарядній напрузі ЕК  $U_{\max}$ .

Аналіз виразу нелінійного комплексного опору ЕК (1) показує, що до складу нелінійної математичної моделі ЕК входять сім невідомих параметрів:  $R_{\min}$ ,  $R_{\max}$ ,  $C_{\min}$ ,  $C_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $K_R$  та  $K_C$ . В процесі вимірювання нелінійного комплексного опору ЕК на одній частоті можна визначити активну складову комплексного опору  $R$  та його реактивну складову  $X_C$ , з якої можна розрахувати ємність ЕК на цій частоті.

Виходячи з цього, для визначення електричних параметрів нелінійної математичної моделі ЕК  $R_{\min}$ ,  $R_{\max}$ ,  $C_{\min}$ ,  $C_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $K_R$  та  $K_C$  на конденсатор по черзі подається гармонійна напруга малої амплітуди  $U_m=5\text{мВ}$  на трьох вимірювальних частотах та двох зарядних напругах ЕК.

Припустимо, що в початковий момент ЕК повністю розряджений, тобто на його виводах є мінімальна напруга  $U_{\min}=0\text{В}$ .

Тоді вираз нелінійного комплексного опору ЕК (1) можна записати у вигляді

$$Z(j\omega, u) \Big|_{U_{\min}} = R \Big|_{U_{\min}} + \frac{1}{j\omega C \Big|_{U_{\min}}} = R_{\min} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\omega^\alpha + 1} + \frac{1}{j\omega \left( C_{\min} + \frac{C_{\max} - C_{\min}}{\omega^{1-\alpha} + 1} \right)}. \quad (2)$$

Далі на ЕК подається перша (максимальна) вимірювальна частота  $\omega_{\max} \approx 6280\text{ рад/с}$  ( $f=1\text{ кГц}$ ) і вимірюється нелінійний комплексний опір ЕК (3), з якого визначаються  $R_{\min}$  та  $C_{\min}$ :

$$Z_{i \text{ з}}(j\omega) \Big|_{\omega=\omega_{i \text{ з}}} \approx R_{i \text{ з}} + \frac{1}{j\omega_{i \text{ з}} C_{i \text{ з}}}. \quad (3)$$

Після розрахунку  $R_{\min}$  та  $C_{\min}$  на ЕК подається друга (середня) вимірювальна частота  $\omega_{\text{сер}}=1\text{ рад/с}$  ( $f \approx 0,16\text{ Гц}$ ) і вимірюється не-

лінійний комплексний опір ЕК (4), з якого розраховуються  $R_{\min}$  та  $C_{\min}$  у відповідності до виразів (5) та (6):

$$Z_{\text{сер}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_{\text{сер}}} \approx \frac{R_{\min} + R_{\max}}{2} + \frac{1}{j\omega_{\text{сер}} \frac{C_{\min} + C_{\max}}{2}}, \quad (4)$$

$$R_{\max} = 2R_{\text{сер}} - R_{\min}, \quad (5)$$

$$C_{\max} = 2C_{\text{сер}} - C_{\min}. \quad (6)$$

Для розрахунку показника степеня дробового порядку  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) математичної моделі ЕК (1) необхідно подати на ЕК третю  $\omega_{\text{дод}}$  (додаткову) вимірювальну частоту, відмінну від  $\omega_{\max}$  та  $\omega_{\text{сер}}$ , на якій вимірюється додаткове значення нелінійного комплексного опору ЕК:

$$Z_{\text{дод}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_{\text{дод}}} \approx R_{\text{дод}} + \frac{1}{j\omega_{\text{дод}}C_{\text{дод}}}. \quad (7)$$

Тоді показник степеня дробового порядку  $\alpha$  можна розрахувати за допомогою виразу

$$\alpha = \frac{\lg\left(\frac{R_{\max} - R_{\text{дод}}}{R_{\text{дод}} - R_{\min}}\right)}{\lg(\omega_{\text{дод}})}. \quad (8)$$

Знайдемо значення коефіцієнтів пропорційності  $K_R$  та  $K_C$ , які входять до складу нелінійної математичної моделі ЕК (1) і описують залежність активної та реактивної складових  $R$  та  $X_C$  відповідно від напруги заряду ЕК. Для цього необхідно зарядити ЕК до максимальної зарядної напруги  $U_{\max}$  та провести вимірювання нелінійного комплексного опору ЕК уже не на трьох вимірювальних частотах, а на двох відповідно  $\omega_{\max}$  та  $\omega_{\text{сер}}$ .

Вимірювання на третій (додатковій) вимірювальній частоті при максимальній зарядній напрузі  $U_{\max}$  проводити не потрібно, тому що показник степеня дробового порядку  $\alpha$  не залежить від напруги заряду ЕК, про що свідчить нелінійна математична модель ЕК (1).

При вимірюванні нелінійного комплексного опору ЕК на максимальній зарядній напрузі  $U_{\max}$ , вираз нелінійного комплексного опору ЕК (1) можна переписати у вигляді

$$Z(j\omega, u)\Big|_{U_{\max}} = R\Big|_{U_{\max}} + \frac{1}{j\omega C\Big|_{U_{\max}}}. \quad (9)$$

Отримані в результаті вимірювання значення активного опору  $R\Big|_{U_{\max}}$  та ємності  $C\Big|_{U_{\max}}$  дають можливість визначити коефіцієнти пропорційності  $K_R$  та  $K_C$  із виразів (10) і (11) відповідно

$$R_{\min}\Big|_{U_{\max}} = R_{\min} \cdot (1 + K_R U_{\max}), \quad (10)$$

$$C_{\min}\Big|_{U_{\max}} = C_{\min} \cdot (1 + K_C U_{\max}). \quad (11)$$

Після математичних перетворень отримаємо вирази для розрахунку визначити коефіцієнтів пропорційності  $K_R$  та  $K_C$ :

$$K_R = \frac{R_{\min}\Big|_{U_{\max}} - R_{\min}}{U_{\max}}, \quad (12)$$

$$K_C = \frac{C_{\min}\Big|_{U_{\max}} - C_{\min}}{U_{\max}}. \quad (13)$$

Отже, для визначення усіх семи невідомих параметрів  $R_{\min}$ ,  $R_{\max}$ ,  $C_{\min}$ ,  $C_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $K_R$  та  $K_C$  нелінійної математичної моделі ЕК (1) необхідно виконати п'ять вимірювань нелінійного комплексного опору ЕК відповідно на частотах  $\omega_{\max}$ ,  $\omega_{\text{сер}}$  і  $\omega_{\text{дод}}$  на мінімальній зарядній напрузі ЕК  $U_{\min}=0\text{В}$  та  $\omega_{\max}$  і  $\omega_{\text{сер}}$  на максимальній зарядній напрузі ЕК  $U_{\max}$ .

Для порівняння часу вимірювання, який необхідний для визначення електричних параметрів ЕК в діапазоні вимірювальних частот від  $\omega_{\min}=6,28 \cdot 10^{-3}$  рад/с ( $f_{\min}=1$  мГц) до  $\omega_{\max}=6,28 \cdot 10^3$  рад/с ( $f_{\max}=1$  кГц) та в діапазоні зарядних напруг від  $U_{\min}=0$  В до  $U_{\max}=2$  В, розділимо діапазон вимірювальних напруг на десять частин з кроком  $\Delta U=0,2$  В.

Максимальний період одного коливання буде на мінімальній вимірювальній частоті  $\omega_{\min}=6,28 \cdot 10^{-3}$  рад/с ( $f_{\min}=1$  мГц) і визначається виразом

$$T_{i \text{ дєн}} = \frac{1}{f_{i \text{ з}}} = 10^3 \text{ с}. \quad (14)$$

Час проведення вимірювання електричних параметрів ЕК на мінімальній вимірювальній частоті на десяти зарядних напругах  $10T_{\max}=10^4$  с.

При використанні швидкого методу вимірювання електричних параметрів ЕК най-

нижчою вимірювальною частотою є середня вимірювальна частота  $\omega_{\text{ср}}=1$  рад/с ( $f \approx 0,16$  Гц), період одного коливання якої

$$T_{\text{ндо}} = \frac{1}{f_{\text{ндо}}} = 6,25 \text{ с.} \quad (15)$$

Особливістю швидкого методу вимірювання електричних параметрів ЕК є те, що вимірювання на середній частоті проводиться лише двічі: на мінімальній зарядній напрузі ЕК  $U_{\text{мін}}=0$  В та на максимальній зарядній напрузі ЕК  $U_{\text{макс}}=2$  В.

Тоді час проведення вимірювання електричних параметрів ЕК на середній вимірювальній частоті на двох зарядних напругах дорівнює  $2T_{\text{ср}}=12,5$  с.

Виходячи з таких міркувань можна орієнтовано визначити, що затрати часу при використанні швидкого методу вимірювання електричних параметрів ЕК дає змогу зменшити загальний час вимірювання майже на три порядки.

#### Висновки

1. Частотна дисперсія і нелінійний характер еквівалентної ємності та еквівалентного активного опору ЕК призводять до появи похибок при використанні в процесі вимірювання електричних параметрів ЕК лінійних математичних моделей без частотної дисперсії, які використовуються в процесі вимірювання електричних параметрів звичайних конденсаторів.

2. Для підвищення точності вимірювання електричних параметрів ЕК необхідно використовувати нелінійні математичні моделі із частотною дисперсією, що якомога ближче відповідають особливостям фізико-хімічних процесів накопичення, вивільнення та абсорбції електричного заряду ЕК.

3. Всі відомі методи та засоби вимірювання електричних параметрів ЕК призначені для вимірювання лише традиційних конденсаторів. Основною відмінністю ЕК від традиційних конденсаторів є їх суттєва нелінійність. Тому застосування відомих методів та засобів вимірювання електричних параметрів ЕК призводить до значних похибок, а в деяких випадках і до хибних результатів вимірювання.

4. Загальним недоліком усіх відомих методів та засобів вимірювання електричних

параметрів ЕК є тривалий час вимірювання у разі використання цих методів в діапазоні ультранизьких частот.

5. Застосування швидкого методу вимірювання електричних параметрів ЕК дасть змогу зменшити час вимірювання майже на три порядки.

#### Список використаної літератури

1. Гриневиц Ф. Б. Высокоточные вариационные измерительные системы переменного тока / Ф. Б. Гриневиц, М. Н. Сурду – К.: Наук. думка, 1989. – 192 с.

2. Мартинюк В. В. Нелінійна математична модель електрохімічного конденсатора / В. В. Мартинюк // Технічна електродинаміка. – К.: 2011. – № 6. – С. 78 – 82.

3. Мартинюк В. В. Модель суперконденсатора с дробно-интегрирующим элементом и метод идентификации ее параметров / В.В. Мартинюк // Приводная техника. – М.: 2011. – № 9 – 10(109). – С. 92 – 98.

4. Шинкарук О. М. Принципи побудови нелінійних математичних моделей електрохімічних конденсаторів / О. М. Шинкарук // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – К.: Техніка. – 2011. – № 03(79). – С. 337 – 338.

5. Macdonald J.R., (1987), Impedance Spectroscopy. Emphasizing Solid Materials and Systems. – New York: John Wiley & Sons, – 351 p.

6. Models 4274A, 4275A, 4284A, 4285A // Test & Measurement Catalog. Hewlett Packard. – USA, 1991. – Pp. 728 – 730.

7. Precision Component Analyser // Wyne Keer Catalogue. – 1987. – 296 p. [in English].

8. Conway B.E., (1999), Electrochemical Super-capacitors: Scientific Principles and Technological Application. – New York: Plenum. – 906 p.

Отримано 23.01.2012

#### References

1. Grinevich F.B., Surdu M.N., (1989), Precision measuring the variation of the ac system. – Kiev: Science. Dumka, – 192 p. [in Russian].

2. Martynyuk V.V., (2011), Nonlinear mathematical model of electrochemical capacitor / *Physics*. – Kiev: – No. 6. – Pp. 78 – 82 [in Ukrainian].

3. Martynyuk V.V., (2011), Model of supercapacitor with fractional integrating element and method of identification of its' parameters / *Drive Technology*. – Moscow: – No. 9 – 10 (109). – Pp. 92 – 98 [in Russian].

4. Shinkaruk A.M., (2011), Principles of nonlinear mathematical models of electrochemical capacitors / *Electrical and Computer Systems*. – Kiev: *Engineering*. – No. 03 (79). – Pp. 337–338 [in Russian].

5. Macdonald J.R., (1987), Impedance Spectroscopy. Emphasizing Solid Materials and Systems. – New York: *John Wiley & Sons*, – 351 p. [in English].

6. Models 4274A, 4275A, 4284A, 4285A // Test & Measurement Catalog. Hewlett Packard. – USA, 1991. – Pp. 728 – 730 [in English].

7. Precision Component Analiser // Wyne Keer Catalogue. – 1987. – 296 p. [in English].

8. Conway B.E., (1999), Electrochemical Super-capacitors: Scientific Principles and

Technological Application. – New York: *Plenum*. –906 p. [in English].



Мартинюк  
Валерій Володимирович, канд.техн. наук  
Кременчуцького  
нац.ун-ту,  
тел. (0382)-222043