

УДК 62-83

**В.А. Войтенко**, канд. техн. наук

### ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНЫЙ РЕГУЛЯТОР С ДВОЙНЫМ ИНТЕГРИРОВАНИЕМ

**Аннотация.** Рассматривается проблема влияния внутренней отрицательной обратной связи по ЭДС двигателя постоянного тока на работу контура регулирования тока, настроенного на модульный оптимум. Предлагается вместо пропорционально-интегрального регулятора тока использовать пропорционально-интегральный регулятор с двойным интегрированием сигнала ошибки по току. Проводится сравнительный анализ статических и динамических ошибок работы контура регулирования тока с обоими регуляторами.

**Ключевые слова:** контур регулирования тока, модульный оптимум, пропорционально-интегральный регулятор, отрицательная внутренняя обратная связь по ЭДС, передаточная функция.

**V.A.Voytenko**, PhD

### PROPORTIONALLY-INTEGRAL REGULATOR WITH DOUBLE INTEGRATION

**Abstract.** The problem of influencing of negative internal feed-back on electromotive force of engine of direct current on the process of adjusting of current in the contour of adjusting of the current adjusted on a module optimum is examined. It is suggested in place of proportionally-integral regulator of current to use a proportionally-integral regulator with double integration of signal of error on a current. The comparative static and dynamic error of work of contour of current analysis with both regulators is conducted.

**Keywords:** contour of adjusting of current, module optimum, a proportionally-integral regulator is the negative internal feed-back on electromotive force, transmission function.

**В.А.Войтенко**, канд. техн. наук

### ПРОПОРЦІЙНО-ІНТЕГРАЛЬНИЙ РЕГУЛЯТОР З ПОДВІЙНОЮ ІНТЕГРАЦІЄЮ

**Анотація.** Розглядається проблема впливу внутрішнього від'ємного зворотного зв'язку за ЕРС двигуна постійного струму на роботу контура регулювання струму, налаштованого на модульний оптимум. Пропонується замість пропорційно-інтегрального регулятора струму використовувати пропорційно-інтегральний регулятор з подвійним інтегруванням сигналу похибки за струмом. Проводиться порівняльний аналіз статичних і динамічних похибок роботи контура регулювання струму з обома регуляторами.

**Ключові слова:** контур регулювання струму, модульний оптимум, пропорційно-інтегральний регулятор, негативний внутрішній зворотний зв'язок за ЕРС, передавальна функція.

При синтезе контура тока стараются получить высокое быстродействие и малое перерегулирование. Высокое быстродействие контура регулирования тока (КРТ) обеспечивает уменьшение динамической и статической погрешности регулирования скорости при изменении возмущающих воздействий. Уменьшение перерегулирования позволяет более полно использовать полупроводниковые силовые ключи по току, так как уменьшается разность максимальных значений тока в динамических и статических режимах.

Требование повышения быстродействия КРТ приводит к необходимости учета динамических свойств усилителя мощности (УМ). Поэтому на структурной схеме КРТ необходимо представить УМ в виде апериодического динамического звена, как это показано на рис. 1. Обычно при синтезе регуля-

тора тока (РТ) не учитывают внутреннюю отрицательную обратную связь по ЭДС двигателя и, следовательно, не учитывают влияния на работу КРТ момента нагрузки на валу двигателя постоянного тока (ДПТ) [1,2,3]. Это позволяет упростить процедуру синтеза РТ, но несмотря на применение пропорционально-интегрального регулятора тока (ПИ-РТ), вносит дополнительные погрешности, допустимость которых обычно проверяют на математических или физических моделях. Структурная схема КРТ, в которой не учитывают внутреннюю отрицательную обратную связь по ЭДС двигателя, приведена на рис. 1.

На этой структурной схеме приняты следующие обозначения:

$H_{РТ}(p) = \frac{k_{РТ} T_{РТ} p + 1}{T_{РТ} p}$  – передаточная функция

ПИ-РТ;  $k_{П}$ ,  $T_{П}$  – коэффициент усиления и

© Войтенко В.А., 2011

постоянная времени УМ;  $R_0, T_0$  – суммарное активное сопротивление и электромагнитная постоянная времени якорной цепи системы УМ-Д;  $k_{OT}$  – коэффициент обратной связи по току.

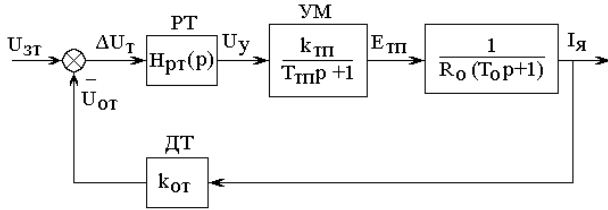


Рис.1. Структурная схема КРТ без учёта внутренней отрицательной обратной связи ДПТ по ЭДС

На вход КРТ поступает сигнал задания  $U_{зТ}$  и сигнал обратной связи по току  $U_{OT}$ , в результате сравнения которых получается сигнал, пропорциональный ошибке по току  $\Delta U_T = k_{OT} \Delta I_Y$ , который поступает на вход РТ. На выходе РТ формируется сигнал управления  $U_Y$ , поступающий на вход УМ. На выходе УМ формируется ЭДС  $E_{ТП}$ , которая обеспечивает протекание тока  $I_Y$  в якорной обмотке ДПТ.

На основании структурной схемы, приведенной на рис.1, и методики, изложенной в [1], можно получить формулы для определения параметров ПИ-РТ и передаточную функцию (ПФ) КРТ, настроенного на модульный оптимум (МО):

$$T_{РТ} = 2 \frac{1}{R_0} T_{ТП} k_{ТП} k_{OT}, \quad (1)$$

$$k_{РТ} = \frac{T_0}{T_{РТ}} = \frac{T_0 R_0}{2 T_{ТП} k_{ТП} k_{OT}}, \quad (2)$$

$$H_{КРТ МО}(p) = \frac{I_Y(p) \cdot k_{OT}}{U_{зТ}(p)} = \frac{U_{OT}(p)}{U_{зТ}(p)} = \frac{1}{2 T_{ТП}^2 p^2 + 2 T_{ТП} p + 1}. \quad (3)$$

ПФ (3) соответствует передаточной функции разомкнутого КРТ с единичной обратной связью по току

$$W_{РКТ}(p) = \frac{U_{OT}(p)}{U_{зТ}(p)} = \frac{1}{2 T_{ТП} p (T_{ТП} p + 1)}. \quad (4)$$

Исследуем влияние внутренней отрицательной обратной связи двигателя по ЭДС на свойства КРТ, настроенного на МО с помо-

щью ПИ-РТ, параметры которого рассчитаны по формулам (1) и (2). Для этого рассмотрим структурную схему КРТ, показанную на рис.2. На этой схеме в дополнение к обозначениям рис.1 используются обозначения:  $k_D, T_M$  – коэффициент усиления двигателя (величина, обратная конструктивному двигателю по ЭДС якоря  $E_D$ ) и электро механическая постоянная времени электро привода.

Процессы в структурной схеме, приведенной на рис.2, описываются выражениями в операторной форме записи:

$$E_{ТП} = (U_{зТ} - k_{OT} I_Y) H_{РТ} \frac{k_{ТП}}{T_{ТП} p + 1}, \quad (5)$$

$$I_Y = \left( E_{ТП} - \frac{\omega}{k_D} \right) \frac{1}{R_0 (T_0 p + 1)}, \quad (6)$$

$$\omega = (I_Y - I_C) \frac{R_0 k_D}{T_M p}. \quad (7)$$

На основании (6) и (7) можно получить выражение, определяющее связь между током якоря  $I_Y$  и внешними воздействиями  $E_{ТП}$  и  $I_C$  с учётом внутренней отрицательной обратной связи по ЭДС  $E_D$ ,

$$I_Y = \frac{T_M p E_{ТП} + R_0 I_C}{R_0 (T_0 T_M p^2 + T_M p + 1)}. \quad (8)$$

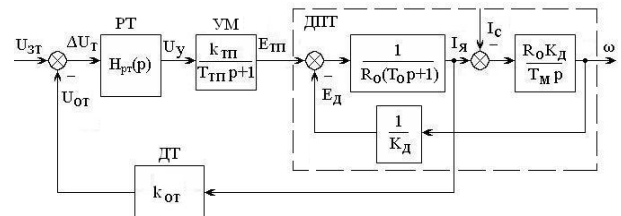


Рис.2. Структурная схема контура регулирования тока якоря ДПТ с учётом внутренней отрицательной обратной связи по ЭДС

После подстановки в (8) вместо  $E_{ТП}$  правой части (5) и решения полученного уравнения относительно  $I_Y$ :

$$I_Y = \frac{T_M (T_0 p + 1) U_{зТ} + 2 (T_{ТП} p + 1) T_{ТП} k_{OT} I_C}{F(p) \cdot k_{OT}}, \quad (9)$$

где  $F(p) = 2 (T_0 T_M p^2 + T_M p + 1) (T_{ТП} p + 1) T_{ТП} + T_M (T_0 p + 1)$ .

На основании (9) запишем выражение, определяющее динамическую ошибку по току при настройке контура тока на МО с по-

мощью ПИ-РТ, параметры которого рассчитаны по формулам (1) и (2),

$$\Delta U_T = U_{3T} - k_{OT} I_{\text{я}} = \frac{2(T_0 T_M p^2 + T_M p + 1)(T_{\text{ТП}} p + 1) T_{\text{ТП}} U_{3T}}{F(p)} - \frac{2(T_{\text{ТП}} p + 1) T_{\text{ТП}} k_{OT} I_C}{F(p)} \quad (10)$$

Из (10) видно, что при учёте внутренней отрицательной обратной связи по ЭДС двигателя настройка контура тока на МО с помощью ПИ-РТ обеспечивает контуру регулирования тока статические свойства, как по управляющему  $U_{3T}$ , так и по возмущающему воздействию  $I_C$ . Поэтому реально при регулировании тока с помощью ПИ-РТ будет иметь место установившаяся ошибка (при  $U_{3T} = \text{const}$  и  $I_C = \text{const}$ ), значение которой определяется выражением

$$\Delta U_T(0) = \frac{2T_{\text{ТП}} U_{3T}(0) - 2T_{\text{ТП}} k_{OT} I_C(0)}{2T_{\text{ТП}} + T_M} = \frac{U_{3T}(0) - k_{OT} I_C(0)}{1 + \frac{T_M}{2T_{\text{ТП}}}} \quad (11)$$

Для определения установившегося значения ошибки регулирования тока необходимо использовать формулу

$$\Delta I(0) = \frac{\Delta U_T(0)}{k_{OT}} = \frac{U_{3T}(0) - k_{OT} I_C(0)}{\left(1 + \frac{T_M}{2T_{\text{ТП}}}\right) k_{OT}} \quad (12)$$

Из (12) и рис. 2 следует, что чем меньше значение  $T_M$ , тем быстрее (при неизменных значениях  $I_{\text{я}}$  и  $I_C$ ) изменяется угловая скорость вала ДПТ и ЭДС  $E_d$ , что сопровождается увеличением ошибки регулирования тока. Если использовать УМ с низкими динамическими характеристиками (большое  $T_{\text{ТП}}$ ) и ДПТ с высокими динамическими свойствами (малое  $T_M$ ), то ошибка регулирования тока может превысить допустимое значение. В связи с этим попробуем синтезировать РТ, с помощью которого можно настроить КРТ на МО с учётом внутренней отрицательной обратной связи двигателя по ЭДС. Поскольку при настройке систем, как правило, оптимизируют реакцию системы на изменение управляющего воздействия, то в выражении (8) принимаем  $I_C = 0$  и будем учитывать ре-

акцию тока якоря только на изменение ЭДС на выходе УМ (рис.3).

При настройке КРТ на МО необходимо, чтобы ПФ разомкнутого контура тока при наличии в замкнутой системе единичной обратной связи по току имела вид (4). Поэтому следует соответствующим образом выбрать РТ. Для этого решаем уравнение, отражающее равенство ПФ  $W_{\text{РТ.МО}}$  и ПФ разомкнутого контура тока, структурная схема которого приведена на рис.3

$$\frac{H_{\text{РТ}}(p) k_{\text{ТП}} T_M p k_{OT}}{R_0 (T_{\text{ТП}} p + 1) (T_0 T_M p^2 + T_M p + 1)} = \frac{1}{2T_{\text{ТП}} p (T_{\text{ТП}} p + 1)} \quad (13)$$

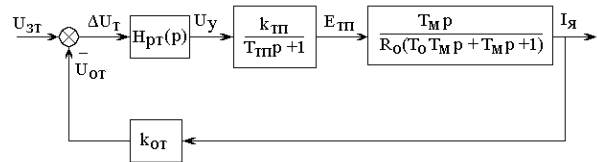


Рис.3. Структурная схема КРТ с учётом внутренней отрицательной обратной связи двигателя по ЭДС

Решая уравнение (13) относительно  $H_{\text{РТ}}(p)$ , получим

$$H_{\text{РТ}}(p) = \frac{R_0 (T_0 T_M p^2 + T_M p + 1)}{2k_{\text{ТП}} k_{OT} T_{\text{ТП}} T_M p^2} = \frac{R_0}{2k_{\text{ТП}} k_{OT} T_{\text{ТП}} T_M} \left( T_0 T_M + \frac{T_M}{p} + \frac{1}{p^2} \right) \quad (14)$$

ПФ РТ можно представить в виде

$$H_{\text{РТ}}(p) = k_{\text{РТ}} + \frac{1}{T_{\text{РТ1}} p} + \frac{1}{T_{\text{РТ2}}^2 p^2} \quad (15)$$

Сравнивая выражения (14) и (15), получим формулы для расчёта параметров РТ

$$k_{\text{РТ}} = \frac{R_0 T_0}{2k_{\text{ТП}} k_{OT} T_{\text{ТП}}} \quad (16)$$

$$T_{\text{РТ1}} = \frac{2k_{\text{ТП}} k_{OT} T_{\text{ТП}}}{R_0} \quad (17)$$

$$T_{\text{РТ2}}^2 = \frac{2k_{\text{ТП}} k_{OT} T_{\text{ТП}} T_M}{R_0} \quad (18)$$

Таким образом, при учёте внутренней отрицательной обратной связи двигателя по  $E_d$  для настройки контура тока на МО необходимо использовать пропорционально-интегральный регулятор тока с двойным интег-

рированием сигнала ошибки по току (ПИИ<sup>2</sup>-РТ). Необходимо подчеркнуть, что в ПИИ<sup>2</sup>-РТ формулы для вычисления значений  $k_{РТ}$  и  $T_{РТ1}$  совпадают с формулами вычисления соответствующих параметров в ПИ-РТ (1) и (2).

Исследуем свойства контура тока с учетом внутренней отрицательной обратной связи двигателя по ЭДС  $E_d$  при использовании ПИИ<sup>2</sup>-РТ. После подстановки в (8) вместо  $E_{ПП}$  правой части (5) с учетом (15) и решения полученного уравнения относительно тока якоря

$$I_{\alpha} = \frac{(T_0 T_M p^2 + T_M p + 1) U_{3T} + 2(T_{ПП} p + 1) T_{ПП} k_{OT} p I_C}{(T_0 T_M p^2 + T_M p + 1) [2(T_{ПП} p + 1) T_{ПП} p + 1] k_{OT}} \quad (19)$$

На основании (19) запишем выражение, определяющее динамическую ошибку по току при настройке контура тока на МО с помощью ПИИ<sup>2</sup>-РТ

$$\Delta U_T = U_{3T} - k_{OT} I_{\alpha} = \frac{2(T_0 T_M p^2 + T_M p + 1)(T_{ПП} p + 1) T_{ПП} p U_{3T} - 2(T_{ПП} p + 1) T_{ПП} k_{OT} p I_C}{(T_0 T_M p^2 + T_M p + 1) [2(T_{ПП} p + 1) T_{ПП} p + 1]} \quad (20)$$

Из (20) видно, что при настройке контура тока на МО с помощью ПИИ<sup>2</sup>-РТ контур регулирования тока имеет астатизм 1-го порядка как по управляющему  $U_{3T}$ , так и по возмущающему воздействию  $I_C$ . Поэтому установившееся значение ошибки регулирования тока при  $U_{3T} = const$  и  $I_C = const$  будет равно нулю.

В пакете MatLab Simulink был промоделирован контур регулирования якорного тока, реализованный на базе тиристорного преобразователя напряжения (ТП) с использованием двигателя постоянного тока типа 2ПО200ЛУХЛ4 ( $P_H = 11$  кВт,  $U_H = 220$  В,  $I_H = 58$  А). Применялся 2-комплектный ТП с СИФУ косинусного типа с управляемыми выпрямителями, выполненными по 3-фазной мостовой схеме ( $T_{ПП} = 3,3 \times 10^{-3}$  с,  $k_{ПП} = 27,7$ ). Для структурной схемы, приведенной на рис.1 были рассчитаны параметры:  $R_0 = 0,4864$  Ом,  $T_0 = 0,0147$  с,  $T_M = 0,11$  с,  $k_{OT} = 0,0786$  В/А. По формулам (1), (2), (16), (17) и (18) были определены параметры ПИ-

РТ ( $T_{РТ} = 0,0295$  с,  $k_{РТ} = 0,49$ ), и ПИИ<sup>2</sup>-РТ ( $k_{РТ} = 0,49$ ,  $T_{РТ1} = 0,0295$  с,  $T_{РТ2}^2 = 0,00325$  с<sup>2</sup>).

При  $U_{3T} = 1$  В,  $I_C = 10$  А на рис.4 и рис.5 показаны графики переходных процессов в контуре тока, настроенного на МО, при использовании ПИ-РТ и ПИИ<sup>2</sup>-РТ с учетом внутренней отрицательной обратной связи двигателя по ЭДС. Из рис.4 видно, что применение ПИ-РТ даёт установившиеся ошибки по управлению и возмущению, которые можно определить по формуле (12). В частности, при  $U_{3T} = 1$  В получена ошибка  $\Delta I_{\alpha} = 0,72$  А, а при совместном воздействии  $U_{3T} = 1$  В и  $I_C = 10$  А –  $\Delta I_{\alpha} = 0,154$  А, что полностью совпадает с результатами, полученными на модели (рис.4,б).

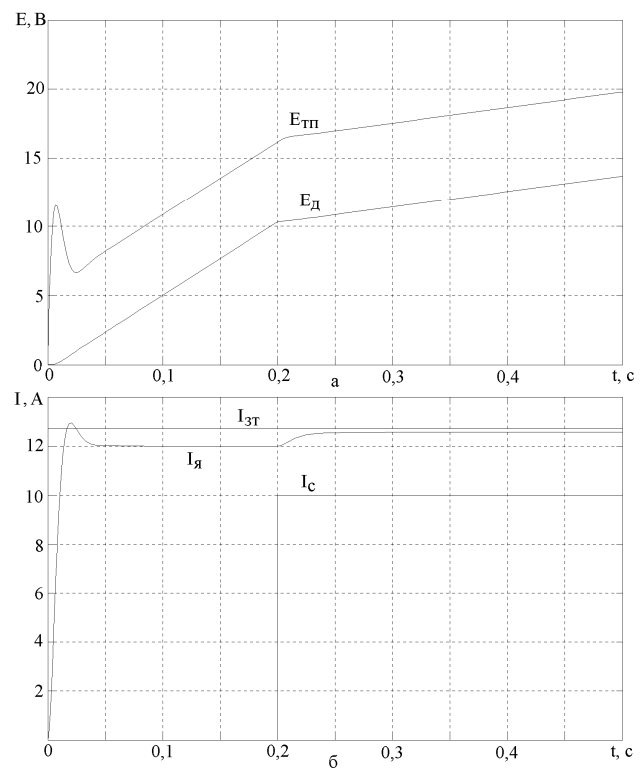


Рис.4. Переходные процессы в контуре тока с ПИ-РТ

Из рис.5 видно, что применение ПИИ<sup>2</sup>-РТ обеспечивает отсутствие установившейся ошибки как по управлению, так и по возмущению. Результаты анализа графиков переходных процессов, показанных на рис. 4 и рис.5, приведены в таблице.

Поскольку с помощью РТ оптимизируется реакция КРТ на изменение управляющего воздействия, то необходимо сравнить в первую очередь влияние ПИ-РТ и ПИИ<sup>2</sup>-РТ на работу КРТ при изменении сигнала зада-

ния. В результате этого можно сделать вывод, что применение ПИИ<sup>2</sup>-РТ позволяет обеспечить меньшее перерегулирование и меньшую длительность переходного процесса при изменении сигнала задания, а погрешность в установившемся режиме стремится к нулю.

1. Основные параметры переходных процессов в контуре тока при использовании ПИ-РТ и ПИИ<sup>2</sup>-РТ

Показатель	ПИ-РТ	ПИИ <sup>2</sup> -РТ
Изменение $U_{3T}=1В$		
Заданное значение тока	12,72 А	12,72 А
Установившееся значение тока, при $U_{3T}=1В, I_C=0$	12,00 А	12,72 А
Установившееся значение тока, при $U_{3T}=1 В, I_C=10 А$	12,566 А	12,72А
Максимальное значение тока при $U_{3T}=1 В, I_C=0$	12,94 А	13,3 А
Перерегулирование при изменении сигнала задания тока ( $U_{3T}=1В, I_C=0$ )	7,83 %	4,56 %
Время первого согласования (достижение установившегося значения $U_{3T}=1 В, I_C=0$ )	0,014 с	0,0156с
Длительность переходного процесса при скачке $U_{3T}=1 В$ (погрешность $\pm 2\%$ )	0,0322с	0,0288с
Изменение $I_C=10 А$		
Заданное значение тока	12,72 А	12,72 А
Установившееся значение тока, при $U_{3T}=1В, I_C=0$	12,566А	12,72 А
Максимальное значение тока при $U_{3T}=1 В, I_C=10 А$	12,566А	13,21 А
Перерегулирование при изменении тока нагрузки ( $U_{3T}=1 В, I_C=10 А$ )	0 %	3,85 %
Длительность переходного процесса при скачке $I_C=10 А$ (погрешность $\pm 2\%$ )	0,0148 с	0,117 с

Что касается реакции КРТ на изменение возмущающего воздействия  $I_C$ , то использование ПИИ<sup>2</sup>-РТ приводит к увеличению перерегулирования и длительности переходного процесса относительно КРТ с ПИ-РТ. Однако необходимо подчеркнуть, что ПИИ<sup>2</sup>-РТ обеспечивает нулевую установившуюся ошибку регулирования тока при изменении возмущающего воздействия в отличие от ПИ-РТ.

ПИИ<sup>2</sup>-РТ можно реализовать на базе более простых регуляторов. Для этого необходимо рассмотреть два варианта в зависимости от того, какие нули имеет ПФ (14). В том случае, если полином

$$D_2(\delta) = (\dot{O}_0 \dot{O}_1 \delta^2 + \dot{O}_1 \delta + 1) \quad (21)$$

имеет вещественные корни, то ПИИ<sup>2</sup>-РТ может быть реализован последовательным включением двух ПИ-регуляторов. Если корни полинома (21) комплексные, то ПИИ<sup>2</sup>-РТ может быть реализован последовательным включением И-регулятора и ПИД-регулятора.

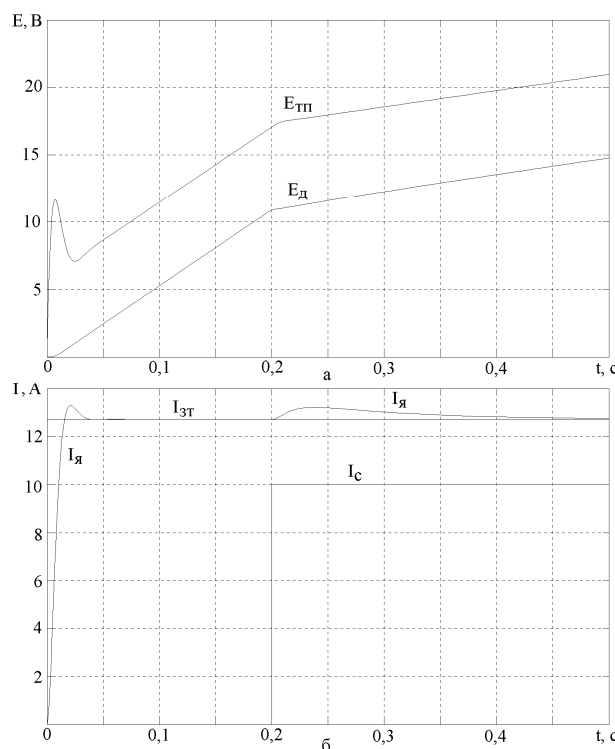


Рис.5. Переходные процессы в контуре тока с ПИИ<sup>2</sup>-РТ

К достоинствам пропорционально-интегрального регулятора с двойным интегрированием (как и ПИ-регулятора) можно отнести отсутствие дифференцирующих звеньев, что повышает помехоустойчивость систем с таким регулятором.

ПИИ<sup>2</sup>-регулятор рекомендуется применять для объектов управления, ПФ которых можно представить в виде двух последовательно включённых динамических звеньев

$$H_{Oy1}(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1},$$

$$H_{Oy2}(p) = \frac{T_2 p}{(T_3 T_4 p^2 + T_5 p + 1)}$$

К таким объектам управления можно отнести преобразователи напряжения или УМ, к выходу которых подключены электрические цепи с активно-индуктивным сопротивлением, содержащие источник электрической энергии, напряжение которого изменяется во время работы замкнутой системы регулирования. Например, устройства, предназначенные для регулирования тока в силовых обмотках двигателей или для заряда аккумуляторных и конденсаторных батарей. Особенно важно использовать ПИИ<sup>2</sup>-регулятор в тех случаях, когда постоянная времени ( $T_M$ ), определяющая скорость изменения ЭДС в цепи нагрузки, невелика и сопоставима по значению с постоянной времени, оценивающей динамические свойства усилителя мощности (в статье это  $T_{П}$ ). В этом случае при использовании ПИ-регулятора ошибка регулирования тока может превысить допустимое значение.

#### Список использованной литературы

1. Герасимьяк Р.П. Повышение качества систем автоматического управления/ Р.П. Герасимьяк. Учеб. пособие.– К.: УМК ВО, 1992. – 100 с.

2. Ключев В.И. Теория электропривода/ В.И.Ключев. Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.

3. Фрер Ф. Введение в электронную технику регулирования: Пер. с нем. / Ф. Фрер, Ф.Орттенбургер. – М.: Энергия, 1973 – 192 с.

Получено 10.10.2011.

#### References

1. Gerasymiak R.P Improving the quality of automatic control systems. Textbook. allowance. – Kiev: УМК ВО, 1992.– - 100. [in Russian].

2. Kliuchevoj V.I The theory of electric. Textbook for high schools. – Moscow: Energo Atomizdat, 1985. – 560. [in Russian].

3. Freire F, Orttenburger F. Introduction to control electronic devices. / Per. with it. – Moscow: Energiya, 1973. – 192 p. [in Russian].



Войтенко  
Владимир Андреевич,  
канд. техн. наук, доц.  
каф. Электромех. систем с  
компьютер.управлением  
Одеск.нац.политехн. ун-та.  
тел. 048-7-348-467