

УДК 621.317.73

**О. М. Шинкарук**, д-р техн. наук,

**В. Д. Косенков, В. В. Мартинюк**, кандидати техн. наук

### ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ НЕЛІНІЙНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЕЛЕКТРОХІМІЧНИХ КОНДЕНСАТОРІВ

*Анотація.* Запропоновано принципи аналітичної та топологічної параметризації вхідних функцій електрохімічних конденсаторів, які використовуються при побудові їх нелінійних математичних моделей. Встановлено вирази функцій нелінійного комплексного опору еквівалентної заступної схеми електрохімічних конденсаторів, які використовуються для апроксимації їх діаграми комплексного опору.

**О. Н. Шинкарук**, д-р техн. наук,

**В. Д. Косенков, В. В. Мартинюк**, кандидати техн. наук

### ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ КОНДЕНСАТОРОВ

*Аннотация.* Предложены принципы аналитической и топологической параметризации входных функций электрохимических конденсаторов, которые используются при построении их нелинейных математических моделей. Установлены выражения функций нелинейного комплексного сопротивления эквивалентной схемы замещения электрохимических конденсаторов, которые используются для аппроксимации их диаграммы комплексного сопротивления.

**O. N. Shinkaruk**, ScD,

**V. D. Kosenkov, V. V. Martynyuk**, PhD

### PRINCIPLES OF NONLINEAR MATHEMATICAL MODELS ELECTROCHEMICAL CAPACITORS

*Abstract.* The principals of the analytical and topological parameterization of the electrochemical capacitors input functions was proposed which are used for creating its nonlinear mathematical models. The expressions for nonlinear complex impedance functions are determined for electrochemical capacitors, which are used for approximation their complex impedance diagram.

Електрохімічні конденсатори (ЕК) або іоністори набувають широкого застосування в таких різних електричних пристроях, як електромобілі, гібридний транспорт, пристрої запуску дизельних та бензинових двигунів внутрішнього згорання [2].

Наявність внутрішніх фізико-хімічних процесів накопичення, вивільнення та абсорбції електричного заряду ЕК викликає частотну дисперсію та нелінійний характер їх електричних параметрів.

Дослідженню математичних моделей ЕК присвячено значна кількість робіт [2], але в більшості з них розглядаються різні математичні моделі, еквівалентна ємність та еквівалентний активний опір яких не завжди з високою точністю відповідають вимірним значенням цих параметрів ЕК.

Будемо розглядати математичні моделі ЕК у вигляді їх еквівалентних схем заміщення, вхідними функціями яких є вхідний комплексний опір або вхідна комплексна провідність.

Базуючись на такому підході встановимо два принципи побудови нелінійних математичних моделей ЕК із частотною дисперсією, а саме – принцип аналітичної параметризації та принцип топологічної параметризації вхідних функцій ЕК.

#### Принцип аналітичної параметризації

Принцип аналітичної параметризації вхідних функцій ЕК базується на моделюванні частотної дисперсії і нелінійного характеру еквівалентної ємності та еквівалентного активного опору ЕК за допомогою еквівалентних нелінійних частотнозалежних елементів, зміна параметрів яких від частоти та амплітуди вхідного впливу визначається аналітичними вираза

ми, які з високою точністю відповідають вимірним значенням цих параметрів у ЕК.

Принцип аналітичної параметризації вхідних функцій ЕК полягає у використанні в еквівалентній схемі заміщення ЕК еквівалентного нелінійного частотнозалежного активного опору втрат  $R_{екв}(\omega, u)$  та еквівалентної нелінійної частотнозалежної ємності  $C_{екв}(\omega, u)$  (рис.1).

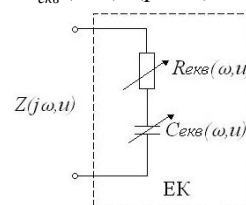


Рис.1. Еквівалентна схема заміщення ЕК із еквівалентними нелійними частотнозалежними елементами

Вхідний комплексний опір еквівалентної схеми заміщення ЕК із еквівалентними нелійними частотнозалежними елементами (рис.1) визначається

$$Z(j\omega, u) = \left( R_{\min} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\omega^\alpha + 1} \right) \cdot (1 + K_R u) + \frac{1}{j\omega \left( C_{\min} + \frac{C_{\max} - C_{\min}}{\omega^{1-\alpha} + 1} \right) \cdot (1 + K_C u)}, \quad (1)$$

де  $R_{\min}$ ,  $R_{\max}$ ,  $C_{\min}$  та  $C_{\max}$  – мінімальні та максимальні значення еквівалентних частотнозалежних активного опору втрат та ємності ЕК;  $K_R$  і  $K_C$  – коефіцієнти пропорційності від напруги заряду ЕК;

$\alpha$  – показник степеня дробового порядку ( $0 < \alpha < 1$ ).

**Принцип топологічної параметризації**

Принцип топологічної параметризації вхідних функцій ЕК базується на моделюванні частотної дисперсії і нелінійного характеру еквівалентної ємності та еквівалентного активного опору ЕК за допомогою топології еквівалентної схеми заміщення, яка складається із певної кількості нелінійних елементів без частотної дисперсії. Вхідний комплексний опір або вхідна комплексна провідність такої еквівалентної схеми заміщення ЕК визначається її топологією і повинні з високою точністю відповідати виміряним значенням цих параметрів ЕК у заданому діапазоні зміни частоти та амплітуди вхідного впливу.

Топологія еквівалентної схеми заміщення ЕК обумовлені представленням вхідної функції ЕК у вигляді ланцюгового дробу. Еквівалентна схема заміщення ЕК у вигляді першої форми Кауера із нелінійними елементами (рис.2) є наслідком розкладання функції нелінійного комплексного опору ЕК у ланцюговий дріб.

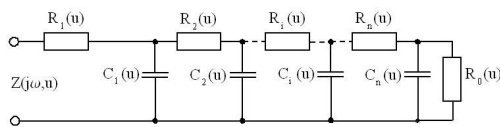


Рис. 2. Еквівалентна схема заміщення ЕК у вигляді першої форми Кауера із нелінійними елементами

Вираз нелінійного комплексного опору еквівалентної схеми заміщення ЕК (рис.2.)

$$Z(j\omega, u) = R_1(u) +$$

$$+ \frac{1}{j\omega C_1(u) + \dots + \frac{1}{R_1(u) + \frac{1}{j\omega C_2(u) + \dots + \frac{1}{R_n(u) + \frac{1}{j\omega C_n(u) + \frac{1}{R_0(u)}}}}} \quad (2)$$

Для визначення нелінійного комплексного опору еквівалентної схеми заміщення ЕК застосуємо метод малого параметра [1], особливістю якого є використання малої амплітуди вхідного впливу  $U_m$  при вимірюванні комплексного опору ЕК в заданому діапазоні частот вхідного впливу від  $\omega_{\min}$  до  $\omega_{\max}$ . Для таких умов еквівалентну схему заміщення ЕК можна вважати лінійною, а діаграма комплексного опору ЕК має вигляд кривої, яка зображена на рис.3.

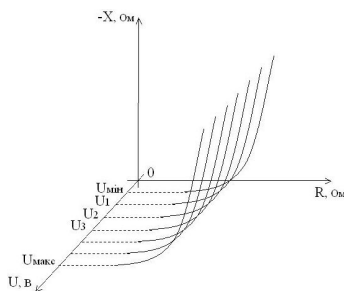


Рис.3. Діаграма комплексного опору ЕК в діапазоні робочих напруг

У відповідності із тривимірним графіком діаграми комплексного опору ЕК в діапазоні робочих напруг (рис.3) можна побудувати тривимірні графіки еквівалентного частотнозалежного активного опору втрат та еквівалентної частотнозалежної ємності ЕК в діапазоні робочих напруг від  $u_{\min}$  до  $u_{\max}$ .

Апроксимуючи ці графіки виразом нелінійного комплексного опору, можна визначити аналітичні вирази нелінійних елементів  $R_1(u), C_1(u), \dots, R_n(u), C_n(u)$ , які входять до складу еквівалентної схеми заміщення ЕК у вигляді першої форми Кауера (рис.2).

Список використаної літератури

1. Шидловська Н.А. Аналіз нелінійних електричних кіл методом малого параметру / Н.А. Шидловська – К.: Євроіндекс, 1999. – 192 с.
2. Conway B.E. Electrochemical Supercapacitors: Scientific Principles and Technological Application / B.E. Conway – New York: Plenum, 1999. – 906 p.

Отримано 06.07.2011



Шинкарук  
Олег Миколайович,  
д-р техн. наук, зав. каф.  
радіотехніки та зв'язку  
Хмельницького нац. ун-ту,  
29008, м. Хмельницький, вул.  
Інститутська 11, к. 4-203,  
(0382)-222043  
martynyuk.valeriy@gmail.com



Косенков  
Володимир Данилович,  
канд. техн. наук, директор  
ін-ту телекомунікаційних  
та комп'ютерних систем  
Хмельницького нац. ун-ту,  
29008, м. Хмельницький, вул.  
Інститутська 11, к. 4-203,  
(0382)-222043  
martynyuk.valeriy@gmail.com



Мартинюк  
Валерій Володимирович,  
канд. техн. наук, заст. директо-  
ра ін-ту телекомунікаційних  
та комп'ютерних систем  
Хмельницького нац. ун-ту,  
29008, м. Хмельницький, вул.  
Інститутська 11, к. 4-203,  
(0382)-222043  
(martynyuk.valeriy@gmail.com).