

УДК 621.771.0

В. А. Лещев, канд. техн. наук

ДИНАМИЧЕСКАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОДВЕШЕННОГО НА ГИБКОЙ НИТИ ГРУЗА

Рассмотрены вопросы демпфирования колебаний грузов, подвешенных на гибкой нити кранов, с применением принципов обернутого маятника Капицы. Приведен расчет частот вибраций точки подвеса груза, обеспечивающих подавление его колебаний. Рассчитаны осциллограммы моделирования процесса колебаний.

В. О. Лещев, канд. техн. наук

ДИНАМІЧНА СТАБІЛІЗАЦІЯ ПІДВІШЕНОГО НА ГНУЧКІЙ НИТКИ ВАНТАЖУ

Розглянуті питання демпфування коливань вантажів, підвішених на гнучкій нитці кранів, із застосуванням принципів обернутого маятника Капиці. Наведено розрахунок частот вібрацій точки підвісу вантажу, що забезпечують демпфування його коливань. Розраховані осцилограми моделювання процесу коливань.

Vladimir A. Leschev, PhD

DYNAMIC STABILIZATION SUSPENDED FROM A FLEXIBLE STRING OF CARGO

The questions of damping of vibrations of loads, suspended on the flexible filament of faucets are considered, with the use of principles of the turned pendulum of Kapitza. The calculation of frequencies of vibrations of point of suspension of load, providing suppression of his vibrations is resulted. The oscillograms of design of process of vibrations are expected.

Все краны перемещают подвешенный груз. Из-за гибкого подвеса возникают колебания и раскачивание груза [2,3,6] при пуске и торможении любого кранового механизма горизонтального перемещения. Это увеличивает время рабочего цикла, приводит к возрастанию усилия в элементах конструкции кранов, опасности столкновения груза с другими участниками перегрузочного процесса. В связи с этим часто применяются специальные меры по демпфированию таких колебаний. Однако решить все проблемы на практике пока не удается.

Известно, что математический маятник, у которого точка подвеса принудительно вибрирует, характеризуется динамической стабилизацией перевернутого положения [4]. В случае этих совместных колебаний энергия вибрации способна не только увеличивать общую энергию системы «точка подвеса, канат, груз», но при определенных условиях может и уменьшать её. При этом если внешний источник приводит к возрастанию энергии системы, то проявляется неустойчивый режим самопроизвольных колебаний такой системы. Если же общая энергия уменьшается, то режим оказывается устойчивым.

Физическое объяснение такому явлению дал академик П.Л. Капица в середине прошлого века; он же провёл и детальное экспериментальное исследование этого явления [4,5].

Если теорию обернутого маятника применить для случаев подвеса груза на крановых механизмах, то тогда для демпфирования естественных колебаний подвешенного груза нужно будет только вибрировать точку подвеса с определенной, заранее рассчитанной частотой и амплитудой. Для разных конструкций и параметров кранов это, очевидно, окажется некоторая определенная область частот, легко настраиваемая за счет подбора или регулировки вибратора.

Рассмотрим маятник с подвижной точкой подвеса (рис.1). Тогда силой, создающей момент относительно неё, является вес груза $P = mg$, где m – масса груза.

Из рис. 1 следуют формулы:

$$x = l \sin \varphi, \quad (1)$$

$$y = y_0 + l \cos \varphi. \quad (2)$$

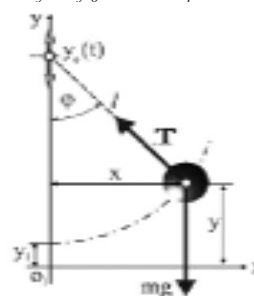


Рис.1. Схема осциллирующего маятника

В (1), (2) φ – угол между вертикалью и канатом подвеса в каждый момент времени, l – длина подвеса, y_0 – текущая координата точки подвеса, в общем случае изменяющаяся под действием внешних сил.

$$\frac{dx}{dt} = l \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt}; \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy_0}{dt} - l \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4)$$

Найдем проекции ускорений на эти же оси:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = a_x = -l \sin \varphi \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + l \cos \varphi \frac{d^2 \varphi}{dt^2}, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = a_y = \frac{d^2 y_0}{dt^2} - l \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos \varphi - l \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \sin \varphi. \quad (6)$$

Проекции усилий на оси x и y :

$$m a_x = F_x \quad \text{и} \quad m a_y = F_y.$$

Тогда уравнения для подвешенного груза массы m в случае, когда на нее действуют силы тяжести mg и натяжения нити T , по которой передаётся на груз сила колебаний вибратора (рис.1), имеют вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -T \sin \varphi, \quad (7)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -T \cos \varphi + mg. \quad (8)$$

Выражения для вторых производных из (5) и (6) подставим в (7) и (8):

$$-ml \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin \varphi + ml \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cos \varphi = -T \sin \varphi; \quad (9)$$

$$m \frac{d^2 y_0}{dt^2} - ml \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos \varphi - ml \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \sin \varphi = mg - T \cos \varphi. \quad (10)$$

Умножая обе части уравнения (9) на $\cos \varphi$, а уравнения (10) – на $\sin \varphi$ и затем вычитая второе уравнение из первого, окончательно получаем следующее уравнение движения груза, выраженное через угол отклонения φ :

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left(-\frac{d^2 y_0}{dt^2} \times \frac{l}{l} + \frac{g}{l} \right) \sin \varphi = 0. \quad (11)$$

Если координата точки подвеса груза изменяется по закону $y_0 = A \cos \omega t$, причём A и ω амплитуда и частота колебаний точки подвеса груза, то

$$\frac{d^2 y_0}{dt^2} = -A \omega^2 \cos \omega t. \quad (12)$$

Подставив (12) в (11), получим следующее уравнение, описывающее поведение подвешенного груза с колеблющейся точкой подвеса каната (полагая $\sin \varphi = \varphi$ из-за малости этого угла):

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left(\frac{g}{l} - \frac{A \omega^2}{l} \cos \omega t \right) \varphi = 0. \quad (13)$$

Далее обозначим:

$$\omega t = 2\tau; \quad \frac{4g}{\omega^2 l} = a; \quad \frac{2A}{l} = q, \quad (14)$$

где τ , a и q новые параметры системы.

Теперь, подставив параметры (14) в уравнение (13), получим уравнение с переменными коэффициентами, которое обычно называют уравнением Матье [7,8]:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau) \varphi = 0. \quad (15)$$

Для практических целей наибольшее значение имеют лишь границы между областями, соответствующими устойчивым и неустойчивым режимам. Такие границы хорошо исследованы в литературе [5,7], при этом окончательные результаты обычно представляются в виде диаграммы, которая строится в плоскости параметров a и q и называется диаграммой Айнса-Стретта (рис.2). Она приводится во многих источниках по параметрическим колебаниям [1,7,8]. Заштрихованные области на рис.2 – это и есть области устойчивости.

Практическая ценность такого расчета заключается в том, что, зная длину подвеса l и задавшись параметрами колебаний A и ω , легко подсчитать значения параметров a и q и подставить их в диаграмму Айнса-Стретта. Так можно получить ответ об

устойчивости или неустойчивости системы «точка подвеса, канат, груз».

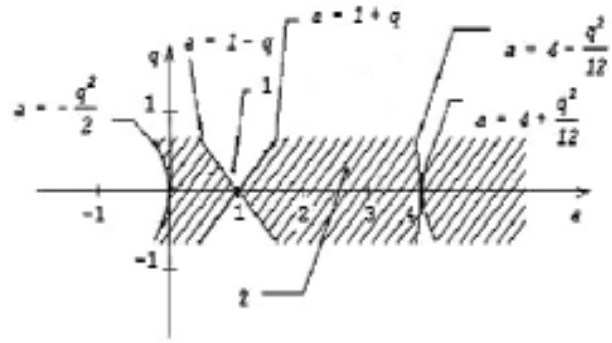


Рис 2. Диаграмма Айнса-Стретта

Из рис.2 видно, что точка 1 находится в зоне неустойчивости и колебания здесь происходят с возрастающими амплитудами, а точка 2 находится в устойчивой зоне и ей отвечает движение с ограниченной или затухающей амплитудой.

Из формул (14) также следует, что величина a не зависит от амплитуды колебаний точки подвеса. Поэтому даже при очень малой амплитуде A возможна неустойчивость подвешенного груза, но только при значениях частот, соответствующих $a=1$, $a=4$, $a=9$, т.е. при $\omega_1 = 2\sqrt{g/l}$; $\omega_2 = \sqrt{g/l}$; $\omega_3 = (2/3)\sqrt{g/l}$ и т. д.

Как видно из диаграммы устойчивости на этом рисунке, устойчивость возможна и при отрицательных значениях a ; действительно, каждому значению q отвечает некоторая, довольно узкая область значений, $a < 0$, в пределах которой состояние равновесия устойчиво.

Эти значения лежат в пределах: $a_0^{i \text{ d a a a a}} < a < a_1^{e a a i a}$, то есть $-\frac{1}{2}q^2 < a < 1 - q$.

При небольших амплитудах колебаний подвеса устойчивость возможна не только в нижнем, но и в верхнем положении маятника. Как показано в [1,9], устойчивость таких положений достигается тогда когда удовлетворяется неравенство $|a| < \frac{q^2}{2}$.

Подставляя в предыдущее неравенство выражения для a , получим условие устойчивости

$$\omega_{\text{уст}} > \frac{\sqrt{2gl}}{A}, \quad (16)$$

где $\omega_{\text{уст}}$ – это значение частоты, соответствующее устойчивости системы «точка подвеса-канат-груз».

Это неравенство определяет нижний уровень частоты колебаний точки подвеса, который обеспечивает устойчивость системе.

Из формулы (16) видно, что стабилизирующая частота зависит от длины подвеса и амплитуды вибрирующих колебаний. Таким образом, как показывают проведенные расчеты, для демпфирования колебаний подвешенного груза вполне достаточно только обеспечить вибрацию с заданной амплитудой и расчетной частотой точку подвеса грузового каната или сам канат.

Для проверки полученного результата было проведено моделирование колебаний математического маятника при вертикальной осцилляции, т.е. при колебании верхней точки подвеса груза в направлении

«сверху вниз». Для моделирования применялась компьютерная программа «Физика колебаний», разработанная профессором Санкт-Петербургского университета Е.И. Бутиковым. На рис.3, 4 показаны осциллограммы колебаний груза при вертикальном осциллировании и верхнем подвесе при одинаковых начальных условиях (начальный угол отклонения $\varphi = 20^\circ$), разной частоте осцилляции и коэффициенте потерь, соответствующем слабым затуханиям.

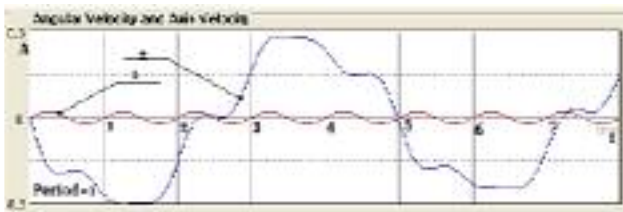


Рис.3. Осциллограммы при вертикальных вибрациях с произвольной частотой: 1 – колебания вибратора, 2 – колебания груза

Как видно из осциллограммы рис.3, частота колебаний подвешенного груза составляет 0,3 колебаний в секунду, амплитуда колебаний вибратора $A=5\%$ от длины подвеса груза. Частота вибраций взята произвольно – 1,5 колебаний в секунду. В итоге в системе «точка подвеса, канат, груз» получены слабо затухающие негармонические колебания

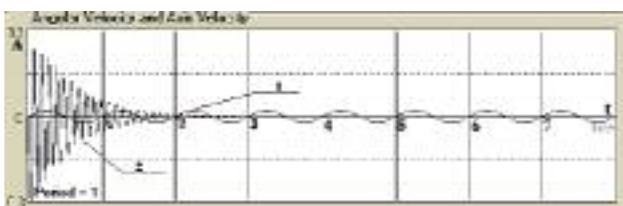


Рис.4. Осциллограммы при вертикальных вибрациях и частоте устойчивости $\omega_{уст}$: 1 – колебания вибратора, 2 – колебания груза

Из рис. 4 следует, что, после быстрого затухания наблюдаются лишь вертикальные вынужденные колебания с частотой вибратора. Частота $\omega_{уст} = 88,54 \text{ с}^{-1}$ подобрана с учетом требований формулы (16) из диаграммы Айнса-Стретта для амплитуды вибраций 5% от длины подвеса.

Проведенные исследования, расчеты и моделирование показали, что при определенной амплитуде и расчетной частоте осцилляции вибратора, который колеблет точку подвеса груза, можно получить необходимое и быстрое демпфирование колебаний груза, вызванных ускоренным перемещением стрелы крана или тележки моста.

Список использованной литературы

1. Блехман И. И. Вибрационная механика. / И.И. Блехман – М.: Физматлит, 1994. – С.103-104.
2. Герасимьяк Р.П., Анализ и синтез крановых электромеханических систем. Монография / Р.П. Герасимьяк, В.А. Лещёв // СМИЛ – Одесса: 2008. – 192 с.
3. Герасимьяк Р.П., Оптимальное управление крановым механизмом передвижения / Р.П.Герасимьяк, Л.В.Мельникова // Автоматика. Автоматизация. Эл.технические комплексы и системы. – Одесса:– 1999. – № 1. С. 87-94.
4. Капица П. Л. Маятник с вибрирующим подвесом / П.Л.Капица / УФН – М.: – № 44. – 1951. – С.7-23.
5. Капица П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса / П.Л.Капица // Экспериментальная и теор. физика. – М.: – 1951. – Т.21. – Вып. 5. –С. 588-597.
6. Ключев В.И. Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов / В.И. Ключев, В.М. Терехов – М.: Энергия, 1980. – 360 с.
7. Ландау Л. Д. Механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М.: Наука, 1988. – С.123-125.
8. Магнус К. Колебания: Введение в исследование колебательных систем / К. Магнус — М.: – Мир, 1982. – 304 с.
9. Перов А.И., Колебания маятника с вибрирующей точкой подвеса. Методические указания по спецкурсу / А.И. Перов, И.Д. Коструб – Воронеж: – 2002. – С.11–12.

Получено 25.06.2011



Лещев
Владимир Александрович,
канд. техн. наук,
проректор по научной работе
Измаильского ин-та водного
транспорта,
тел. 048-41-55-845,