УДК 621.3.078

Б.Г.Бойчук, канд. техн. наук

ОЦІНКА ЯКОСТІ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ УНІВЕРСАЛЬНИХ ПЕРВІСНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Анотація. *Пропонується представляти сталі коефіцієнти лінійних алгебраїчних рівнянь та характеристичних поліномів будь-якого степеня через певні узагальнені параметри. Показано, що для реальних систем керування діапазон числових значень цих параметрів лежить в досить вузьких межах. Робиться висновок про те, що ці узагальнені параметри можуть використовуватися при дослідженнях систем автоматичного керування як система відносних одиниць.*

Б.Г. Бойчук, канд. техн. наук

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ПЕРВОБЫТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Аннотация. *Предлагается представлять постоянные коэффициенты линейных алгебраических уравнений и характеристических полиномов произвольных степеней через некоторые обобщенные параметры. Показано, что для реальных систем управления диапазон численных значений этих параметров лежит в довольно узких пределах. Делается вывод о том, что эти обобщенные элементарные параметры могут использоваться в качестве системы относительных единиц.*

B. G. Bojchuk, PhD

QUALITY ASSESSMENT OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS USING UNIVERSAL PRIMITIVE FACTORS

Abstract. *It is proposed to represent the constant coefficients of linear algebraic equations and the characteristic poly-nomes any degree by certain generalized (basic) settings. Was shown that range of numerical values of these parameters lies places in a fairly narrow range for the real control systems. The author concludes that these generalized parameters can be used in studies of automatic control as a system of relative units.*

Переваги застосування систем відносних одиниць загально відомі. При дослідженні систем автоматичного керування (САК) широко використовують масштабування по амплітуді і по часу, для чого базові величини цих параметрів вибираються так, щоб вільний член характеристичного полінома та коефіцієнт при його доданкові найвищого порядку перетворювалися в одиницю. Про значення величин решти коефіцієнтів судити важко. Спробою зробити це є представлення характеристичного рівняння 3-го порядку у формі Вишнеградського
$S^3+AS^2+BS+1=0$ та аналіз його розв'язків за допомогою діаграми Вишнеградського в площині координат $(A\times B)$. Але і тут важко судити, великі ці параметри чи малі. В давнішій літературі параметри A і B приймалися від 0 до 12, пізніше до 10, а ще пізніше – до 8. В [2] пропонується методика структурування характеристичних поліномів САК, коли такий поліном представляється

$$N(s)=a_{n-1}\,a_{n-2}\ldots a_1T_0s(a_{n-2}\ldots a_1T_0s\ldots \\ \ldots(a_1T_0s(T_0s+1)++1)+1)\ldots+1. \quad (1)$$

Для системи 3-го порядку після розгортання поліном $N_3(s)=A_3s^3+A_2s^2+A_1s+1$ буде мати вигляд:

$$N_3(s) = a_1^2a_2T_0^3s^3 + a_1^2a_2T_0^2s^2 + a_1a_2T_0s + 1, \quad (2)$$

де $A_3/A_2 = T_0$; $A_2/A_1= a_1T_0$; $A_1 = a_1a_2\, T_0$.

Форма запису поліномів (1) і (2) може бути застосована для САК будь-якої структури. Тому параметри a_i мають конкретний сенс – це відношення сталих часу інтегрування сусідніх контурів регулярної структури СПР, реальної або уявної. Таким чином, структурування полягає в тому, що всі коефіцієнти характеристичних поліномів після розгортання (1) в форму (2) представляються як добутки різних степенів певних узагальнених сталих параметрів a_i.

Проведений в [1] аналіз різних варіантів стандартних характеристичних поліномів, зокрема, приведених в [3] поліномів 4-го порядку (всього 32 поліноми), показав, що числові значення цих узагальнених параметрів лежать в досить вузьких межах – для [3] вони становлять від 0,29 до 5,8, причому ці крайні значення виступають досить рідко. І це зрозуміло, бо великі значення параметра просто приводять до зниження порядку системи. Такий малий їх діапазон свідчить про певну універсальність та можливість застосовувати ці параметри як відносні одиниці для представлення реальних коефіцієнтів характеристичних поліномів. Умови стійкості систем, представлені через ці параметри, мають компактніший, порівняно із звичайними, вигляд. Тому пропонується називати ці параметри ***первісними, або елементарними коефіцієнтами характеристичних поліномів і рівнянь***. В роботі [1] з використанням первісних коефіцієнтів розрахована модифікована діаграма Вишнеградського в координатах $(a_1\times a_2)$, з якої виразно видно, що для $a_1\geq 4$, $a_2\geq 4$ система має якісно однаковий характер поведінки, і дальші дослідження для більших їх значень проводити немає сенсу, тоді як для параметрів A і B такого висновку зробити не можна. Отже універсальність первісних коефіцієнтів може дозволити використовувати їх для розрахунку ряду показників системи (напр., значення коренів характеристичного рівняння, ступінь стійкості, коливальність) для всіх реально можливих значень коефіцієнтів і представляти їх в формі графіків або таблиць. До первісних параметрів належить і стала часу T_0. Взявши її за базову величину часу, розв'язки рівнянь шукатимемо для відносноїзмінної $S = T_0s$. В таблицях 1 і 2 приведені результати розрахунку коренів алгебраїчних рівнянь 2-го і 3-

го порядків. Проведемо аналіз отриманих результатів. Виділена потовщеним шрифтом діагональ табл.2 відповідає межі стійкості системи, в області зліва-зверху

1. Результати розрахунку коренів алгебраїчних рівнянь 2-го і 3-го порядків

a	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20
S	–0.5±3.12*i*	–0.5±2.18*i*	–0.5±1.32*i*	–0.5±0.87*i*	–0.5±0.5*i*	–0.28; –0.72	–0.89; –0.11	–0.947; –0.053

2. Результати розрахунку коренів алгебраїчних рівнянь при різних параметрах a_1 та a_2

a_1 \ a_2	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20
0,1	–10+ 4,5±8,93*i*	–7.85 +3.4±7.21*i*	–5.597+ 2.30±5.52*i*	–4.228+ 1.61±4.58*i*	–3.06+ 1.03±3.90*i*	–1.76+ 0.38±3.35*i*	**–1.0+ 0±3.16*i***	–0.51– 0.24±3.11*i*
0,2	–6.37+ 2.69±5.7*i*	–5+ 2±4.58 *i*	–3.553+ 1.28±3.53*i*	–2.66+ 0.83±2.95*i*	–1.88+ 0.44±2.54*i*	**–1+ 0±2.236*i***	–0.53– 0.24±2.17*i*	–0.26– 0.37±2.16*i*
0,5	–3.57+ 1.29±3.09*i*	–2.81+ 0.9±2.51*i*	–2.0+ 0.5±1.94*i*	–1.48+ 0.24±1.63*i*	**–1.0+ 0±1.414*i***	–0.46– 0.27±1.30*i*	–0.22– 0.39±1.30*i*	–0.10– 0.45±1.31*i*
1	–2.36+ 0.68±1.94 *i*	–1.88+ 0.44±1.57 *i*	–1.353+ 0.18±1.20 *i*	**–1.0– 0 ±1.0*i***	–0.65– 0.18±0.86 *i*	–0.24– 0.38±0.82 *i*	–0.11– 0.44±0.84 *i*	–0.05– 0.47±0.85 *i*
2	–1.63+ 0.32±1.20 *i*	–1.33+ 0.16±0.96 *i*	**–1.0+ 0±0.71 *i***	–0.77– 0.11±0.56 *i*	–0.5– 0.25±0.43 *i*	–0.13– 0.44±0.44 *i*	–0.06– 0.47±0.47 *i*	–0.03– 0.48±0.49 *i*
5	–1.13+ 0.07±0.59 *i*	**–1.0+ 0±0.45*i***	–0.88– 0.06±0.30*i*	–0.82– 0.09± 0.20*i*	–0.78– 0.11±0.12*i*	–0.75 –0.2; –0.05	–0.73 –0.2;–0.02	–0.73 –0.26; 0
10	**–1.0+ 0±0.32 *i***	–0.95– 0.02±0.23 *i*	–0.92– 0.04±0.14 *i*	–0.90– 0.05±0.09 *i*	–0.89– 0.05±0.05 *i*	–0.89 –0.08; 0	–0.89 –0.1; –0.01	–0.89 –0.12; 0
20	–0.98– 0.01±0.16 *i*	–0.96– 0.02±011 *i*	–0.95– 0.02±0.07 *i*	–0.95– 0.02±0.04 *i*	–0.95– 0.03±0.03 *i*	–0.95 –0.04; 0	–0.95 –0.05; 0	–0.95 –0.05; 0

система стійка, справа-внизу – нестійка. Найбільше значення модулів дійсного кореня дорівнює 10, дійсної частини комплексного кореня 4,5, уявної частини – менше від 9, і це все в нестійкій частині. А в стійкій області ці значення ще менші – близько 1, 0,4 і 3 відповідно. Це свідчить про певну універсальність результатів. З табл.2 видно, що в міру зростання первісних коефіцієнтів зміни коренів стають все меншими, і в її правій нижній частині для $a_1 \geq 5$, $a_2 \geq 5$ простежується стабілізація всіх складових частин коренів, причому деякі з них наближуються до 0. Це свідчить про можливість зниження порядку системи. Про це свідчить і те, що для системи 2-го порядку (табл.1) корені для a = 10 і 20 практично співпадають з відповідними коренями табл.2. Тобто таблиці 1 і 2 можуть частково перекриватися або переходити одна в одну. Місце переходу на нижчий порядок залежить від бажаної точності наближення. В СПР наближення вважається задовільним навіть при a_i = 2. При зниженні порядку від 3-го до 2-го будемо мати нову базову сталу часу $T_0^* = a_1 T_0$, а параметр a системи 2-го порядку буде рівний $a = a_2$ з системи 3-го порядку. При цьому величини коренів в таблицях залишаються тими самими.

Отже, завдяки запропонованій системі узагальнених параметрів вдалося прорахувати у відносних одиницях широку множину значень коренів рівняння 3-го порядку і представити її в дуже стислому вигляді. Цінність отриманих результатів полягає також і в тому, що вони дозволяють аналізувати динаміку зміни коренів в залежності від змін коефіцієнтів рівняння та судити про можливість зниження порядку системи.

Список використаної літератури

1. Бойчук Б.Г.Аналіз динаміки САК за коефіцієнтами їх структурованих характеристичних поліномів / Б.Г.Бойчук, Я.С.Паранчук // Зб. наук. праць Дніпродзержинського ДТУ «Проблеми автоматизованого ел.приводу. Теорія і практика. – 2007.– С.334-337.

2. Лозинський О.Ю. Дослідження поведінки систем автоматичного керування за співвідношеннями коефіцієнтів їх характеристичних поліномів / О.Ю.Лозинський, Б.Г.Бойчук // Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ». Харків: НТУ «ХПІ». – 2005. – № 45. – С.137-139.

3. Осичев А.В. Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе /А.В.Осичев, В.О. Котляров, В.С.Марков // Вісник Держ. техн. ун-ту"ХПІ". Зб. наук. праць. Темат. вип. – 1997. – С.104-109.

Отримано 11.07.2011

Бойчук Богдан Григорович,
канд. техн. наук, доцент каф.
«Ел. привід та автоматизація
промислових установок»
Нац. ун-ту «Львівська політехніка»,
м. Львів, вул. Ст. Бандери 12,
тел. (032) 258-26-20.