

**ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ЛАНЦЮГА ДЛЯ ПОШУКУ
НАЙКОРОТШОГО ШЛЯХУ У ЗВАЖЕНОМУ ОРІЄНТОВАНОМУ ГРАФІ**

В. Ю. Гнатенко, П.В. Ступень, К. В. Дікусар
Національний університет «Одеська політехніка»

***Анотація.** Спроби розв'язання оптимізаційних завдань за допомогою нелінійних схем мають тривалу історію. Відзначено неможливість перебігу перехідного процесу в класичній моделі електричного ланцюга Денніса з ідеальними елементами. Щоб перехідний процес у такому ланцюгу протікав, запропоновано приєднати до вузлів ланцюга накопичувачі заряду. Розрахунок перехідного процесу електричної моделі зваженого орієнтованого графа з накопичувачами можна здійснити шляхом фіксації тимчасових проміжків, якими можна обчислювати значення зарядів у вузлах графа. Це дозволяє отримати точну картину перехідного процесу моделі електричного ланцюга для пошуку найкоротшого шляху у виваженому орієнтованому графі.*

***Ключові слова:** Перехідний процес, задачі оптимізації, моделювання, електричний ланцюг, нелінійні схеми*

Вступ

Математичне рішення пошуку найкоротших шляхів за допомогою теорії графів знаходить певні труднощі при практичній реалізації їх у реальній комутаційній мережі. Проблеми пов'язані, насамперед з дуже обмеженими обчислювальними можливостями маршрутизаторів з урахуванням всіх виконуваних ними завдань, необхідністю попередньої побудови самого графа (визначення кількості маршрутизаторів у мережі, зв'язків між ними та метрик цих зв'язків) та суттєвим ускладненням завдання зі збільшенням кількості маршрутизаторів та зв'язків між ними. І тут ймовірності виходу з ладу окремих вузлів і зв'язків зростають, що потребує часто перебудовувати таблиці маршрутизації. Тому пошук найбільш оптимальних шляхів вирішення задачі динамічної маршрутизації у великих комп'ютерних мережах, що часто змінюються, є актуальним завданням.

Спроби розв'язання оптимізаційних завдань за допомогою нелінійних схем мають тривалу історію [1–12]. Денніс [1] вперше запропонував використовувати схеми, що складаються з лінійних резисторів, джерел постійної напруги та струму, ідеальних діодів та трансформаторів, для вирішення завдань лінійного та квадратичного програмування.

Ця ідея була розвинена Штерном [2]. Чуа та Лін розробили канонічну схему нелінійного програмування для моделювання загальних завдань нелінійного програмування [3–5]. Хопфілд і Танк показали, що нейронна мережа Хопфілда, яку можна реалізувати у вигляді нелінійної схеми, є потужним інструментом для вирішення низки задач оптимізації, таких як задачі комівояжера, задачі лінійного програмування, аналого-цифрове перетворення і т.і. [6, 7]. Кеннеді та Чуа [8] вивчили динаміку модифікованої канонічної схеми нелінійного програмування та показали, як гарантувати стійкість схеми. Їхня схема була узагальнена іншими авторами, так що її можна застосовувати до ширшого класу негладких завдань нелінійного програмування [9, 10]. На додаток до вищезгаданої роботи, у літературі досліджувалися різні моделі рекурентних нейронних мереж для задач оптимізації (див., наприклад, [11, 12]). Крім того, деякі автори пропонували використовувати SPICE, що найбільш широко використовується симулятор схем, для вирішення завдань оптимізації з обмеженнями [13–15].

Однак, важливою темою повного відображення перехідних процесів в електричних моделях, призначених для вирішення оптимізаційних завдань, приділено незначну увагу.

У роботі [16] Шутєєвим відзначено неможливість перебігу перехідного процесу в класичній моделі електричного ланцюга Денніса с ідеальними елементами [1]. Щоб перехідний процес у такому ланцюгу протікав, запропоновано приєднати до вузлів ланцюга накопичувачі заряду, розрахунок перехідного процесу проводити шляхом наближених методів.

У роботі [17] зроблено спробу прискорити розрахунок перехідного процесу в удосконаленій моделі електричного ланцюга Денніса з ідеальними елементами та накопичувачами, запропонованою в роботі [16].

У цій роботі пропонується повне відображення перехідного процесів вищезгаданої моделі електричного ланцюга .

1. Завдання пошуку найкоротшого шляху у виваженому орієнтованому графі в короткому вигляді

Поставимо завдання пошуку найкоротшого шляху у виваженому орієнтованому графі в короткому вигляді [18].

Зважений орієнтований граф - множина вершин і ребер $G = (E, V, W)$,

де

E – множина вузлів графа,

вузол графа $e_i, e_i \in E$ — індексована точка, $i \in N, 1 \leq i \leq n$, n – кількість вузлів у графі G ,

W - вагова квадратна матриця розмірності

$n \times n$,

$w_{ij} \in R$ відображає зв'язок між вузлами e_i і e_j ,

V - безліч ребер графа,

ребро графа $v_{ij} = \begin{cases} (e_i e_j), w_{ij} \neq 0 \\ \emptyset, w_{ij} = 0 \end{cases}$,

$v_{ij} \in V, e_i, e_j \in E$ - пара вершин,

e_i - Початкова вершина,

e_j - кінцева вершина,

визначено шлях $P_{i_1 i_2 \dots i_{k-1} i_k} = (v_{i_1 i_2}, \dots, v_{i_{k-1} i_k})$ довжиною $k-1$ у графі G , як лінія з ребер, що межують між собою.

Найкоротший шлях у графі G з вузла e_s у вузол e_t $P_{\min}(s, t)$, – шлях, для якого сума $\sum_{p=1}^{k-1} w_{i_p i_{p+1}}$ ваг, $j_l = s, i_k = t$, що становлять шлях ребер $v_{i_p j_p}$ мінімальна, $\sum_{p=1}^{k-1} w_{i_p i_{p+1}} \rightarrow \min$.

Граф G може бути представлений у топологічній формі у вигляді точок (вузлів), з'єднаних спрямованими лініями (ребрами) з ваговими позначками.

Приклад 1. Зважений орієнтований граф, представлений у топологічній та матричній формі.

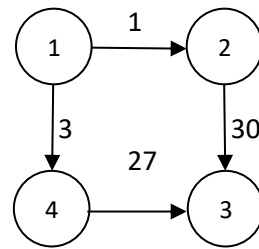


Рис.1. Топологічна вистава графа G_{ex} .

Вагова матриця графа G_{ex}

$$W_{ex} = \begin{bmatrix} w_{ex11} & w_{ex12} & w_{ex13} & w_{ex14} \\ w_{ex21} & w_{ex22} & w_{ex23} & w_{ex24} \\ w_{ex31} & w_{ex32} & w_{ex33} & w_{ex34} \\ w_{ex41} & w_{ex42} & w_{ex43} & w_{ex44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 27 & 0 \end{bmatrix}$$

Матриця суміжності графа G_{ex}

$$V_{ex} = \begin{bmatrix} v_{ex11} & v_{ex12} & v_{ex13} & v_{ex14} \\ v_{ex21} & v_{ex22} & v_{ex23} & v_{ex24} \\ v_{ex31} & v_{ex32} & v_{ex33} & v_{ex34} \\ v_{ex41} & v_{ex42} & v_{ex43} & v_{ex44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Пошук найкоротшого шляху у зваженому орієнтованому графі може бути здійснений шляхом вирішення задачі цілісного лінійного програмування. При цьому граф може бути представлений електричною моделлю, яка описується наступним чином [1]:

вузли s і t з'єднуються гілкою з джерелом струму,

ребра замінюються двополюсниками з діодів та замикаючих джерел струму,

струми I_{ij} у гілках ланцюга відповідних ребрам графа v_{ij}

$$I_{ij} = \begin{cases} 1, \varphi_j - \varphi_i \geq E_{ij} \\ 1, i = s \text{ и } j = t \\ 0, \varphi_j - \varphi_i < E_{ij} \\ 0, w_{ij} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

φ_i електричний потенціал в i -му вузлі ланцюга,

E_{ij} величина напруги замикаючого діоду у галузі джерела напруги, $E_{ij} = w_{ij}$, перший закон Ома [19] виражений як
$$\sum_{j=1}^n I_{ij} = \sum_{j=1}^n I_{ji}, \quad (2)$$

ΔI_i - Струм, що протікає через i -й вузол ланцюга
$$\Delta I_i = \sum_{j=1}^n I_{ij} - \sum_{j=1}^n I_{ji} \quad (3)$$
 цільова функція $\varphi_t - \varphi_s \rightarrow \min$.

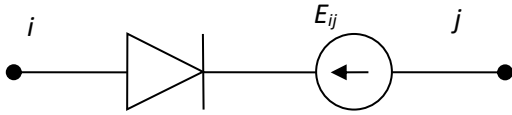


Рис. 2. Електрична схема гілки v_{ij} .

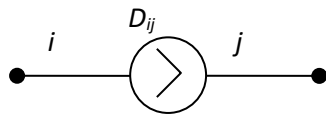


Рис. 3. Умовно-графічне позначення гілки v_{ij} .

На Рис.4 представлена електрична модель для пошуку мінімального шляху у графі G_{ex} з прикладу 1.

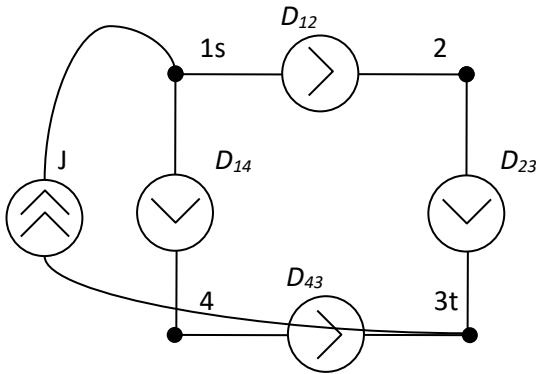


Рис. 4. Електрична модель для пошуку мінімального шляху у графі G_{ex} .

Однак у цьому електричному ланцюзі шлях, який потрібно знайти може бути отриманий лише засобами аналогового моделювання або математичними методами, не пов'язаними з електричними ланцюгами, оскільки в ньому не визначено однозначного порядку перебігу перехідного процесу [16].

2. Розрахунок перехідного процесу внаслідок доповнення вузлів електричного ланцюга накопичувачами заряду

Щоб у електричному ланцюзі став можливий перехідний процес, потрібно

доповнити її вузли накопичувачами заряду [16]. При цьому для струмів, що протікають через i -й вузол ланцюга повинна виконуватись рівність

$$\Delta I_i(t) = C_i \frac{d\varphi_i}{dt} \quad (4)$$

Для рішення щодо φ_i рівняння (1) перетворюємо на вигляд

$$d\varphi_i = \frac{\Delta I_i(t) dt}{C_i}. \quad (5)$$

Проінтегруємо обидві частини рівняння (5) на тимчасовому проміжку $[t_{k-1}, t_k]$, на якому $\Delta I_i(t)$ зберігає незмінне значення, тобто. $\Delta I_i(k) = \text{const}, t_{k-1} \leq t \leq t_k$,

$$\int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} d\varphi_i = \frac{\Delta I_i(k)}{C_i} \int_{t_{k-1}}^{t_k} dt. \quad (6)$$

Отримаємо

$$\varphi_i(t_k) - \varphi_i(t_{k-1}) = \frac{\Delta I_i(k)}{C_i} (t_k - t_{k-1}), \quad (7)$$

і порядок перебігу перехідного процесу для потенціалу в i -м вузлі ланцюга набуває вигляду

$$\varphi_i(t_k) = \frac{\Delta I_i(k) h_k}{C_i} + \varphi_i(t_{k-1}), \quad (8)$$

де $h_k = t_k - t_{k-1}$.

Можна задати однакову одиничну ємність усім накопичувачам $C_i = 1$.

Тепер слід з'ясувати, як отримати $\Delta I_i(k)$ і h_k на k -му кроці перехідного процесу електричного ланцюга.

За нескінченно малий проміжок часу в електричному ланцюзі може змінитися струм деякої гілки ланцюга, для i -го вузла
$$\Delta I_i(t_{k-1} + dt) = \sum_{j=1}^n I_{ij}(t_{k-1} + dt) - \sum_{j=1}^n I_{ji}(t_{k-1} + dt) \quad (9)$$

$$\varphi_i(t_{k-1} + dt) = \Delta I_i(t_{k-1}) dt + \varphi_i(t_{k-1}) \quad (10)$$

Зміна стану цієї гілки може призвести до змін станів суміжних з нею гілок також за нескінченно малі проміжки часу, доки стан гілок не повернеться до вихідного. При відображенні всіх змін станів гілок ланцюга, що відбуваються за малі проміжки часу, довжина перехідного процесу в загальному випадку нескінченна. У цьому довжини циклічних змін струмів гілок кінцеві. Щоб відобразити перехідний процес кінцевим числом тимчасових інтервалів, слід «згорнути» зміни станів гілок (цикли), які багато разів повторюються, фіксуючи тільки їх початок і закінчення.

За час тривалості циклу ldt потенціал i -го вузла набуває значення

$$\varphi_i(t_{k-1} + ldt) = \sum_{n=1}^l \Delta I(t_{k-1} + ndt) dt + \varphi_i(t_{k-1}). \quad (11)$$

Середнє за цикл значення струму у вузлі

$$\begin{aligned} \Delta \bar{I}_i(k) &= \frac{\varphi_i(t_{k-1} + ldt) - \varphi_i(t_{k-1})}{ldt} = \\ &= \frac{\sum_{n=1}^l \Delta I(t_{k-1} + ndt) dt}{ldt} = \\ &= \frac{dt \sum_{n=1}^l \Delta I(t_{k-1} + ndt)}{ldt} = \\ &= \frac{\sum_{n=1}^l \Delta I(t_{k-1} + ndt)}{l} \end{aligned} \quad (12)$$

Якщо на k -м кроці перехідного процесу струми у гілках не змінюються за нескінченно малі проміжки часу, то $\Delta \bar{I}_i(k) = \Delta I_i(k)$.

Відповідно до рівняння

$$E_{ij} = \varphi_j(k) - \varphi_i(k) = \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{I}_j(k) h_k + \varphi_j(t_{k-1}) - (\Delta \bar{I}_i(k) h_k + \varphi_i(t_{k-1})) = \\ h_k (\Delta \bar{I}_j(k) - \Delta \bar{I}_i(k)) + \varphi_j(t_{k-1}) - \varphi_i(t_{k-1}), \end{aligned}$$

визначального граничного стану кожної гілки v_{ij} , можна визначити мінімальний ненульовий проміжок часу h_k за який при постійних $\Delta \bar{I}_i(k)$ якась гілка змінить свій стан

$$h_{k(ij)} = \frac{E_{ij} - \varphi_j(t_{k-1}) + \varphi_i(t_{k-1})}{\Delta \bar{I}_j(k) - \Delta \bar{I}_i(k)}. \quad (14)$$

Очевидно, рішення рівняння (6) коректні, якщо $h_{k(ij)} > 0$.

Якщо струми у вузлах $\Delta I_i = 0$, то перехідний процес завершено.

Якщо значення потенціалів вузлів без урахування нескінченно малих збільшення зберігаються і струми у вузлах $\Delta I_i \neq 0$, то існують більше одного мінімального шляху.

3. Алгоритмічний опис пошуку найкоротшого шляху

Тепер представимо алгоритмічний опис пошуку найкоротшого шляху.

1. Скласти список вузлів та ініціалізувати поля його елементів.
2. Скласти список гілок та заповнити поля його елементів за формулою (1).

3. Визначаються граничні значення потенціалів усіх вузлів системи за формулою (8).

Якщо струми у вузлах $\Delta I_i = 0$, то перехідний процес завершено.

Якщо значення потенціалів вузлів без урахування нескінченно малих збільшення зберігаються і струми у вузлах $\Delta I_i \neq 0$, то існують більше одного мінімального шляху.

4. Визначаються струми всіх гілок моделі, за винятком гілки джерела, за формулою (1).

3. Визначаються дуже малі значення потенціалів всіх вузлів системи за формулою (11).

4. Визначаються струми всіх гілок моделі, за винятком гілки джерела, за формулою (1)

5. Якщо хоча б в одній галузі значення струму зміниться, то:

5.1. Зберігаються попередні значення струмів.

5.2. Поки значення струмів у гілках моделі не стануть рівними збереженим значенням.

5.2.1. Визначаються нескінченно малі значення потенціалів всіх вузлів системи за формулою (11).

5.2.2. Визначаються струми всіх гілок моделі, за винятком гілки джерела, за формулою (1). Якщо струми у вузлах $\Delta I_i = 0$, то перехідний процес завершено.

Інакше

5.3. Обчислюються середні за цикл значення струмів у вузлах за формулою (12)

6. Обчислюються попередні значення довжини кроку перехідного процесу для кожної гілки згідно з формулою (14)

7. Вибирається мінімальне ненульове значення кроку перехідного процесу

Переходимо до п.3

4. Розрахунок перехідного процесу електричного ланцюга

Розглянемо електричний ланцюг, що представлено на Рис.4, доповнений накопичувачами.

Перелікуємо основні параметри перебігу перехідного процесу у ланцюзі:

t – час від початку відліку,

h_k – k -й часовий проміжок,

φ_i – потенціал у i -му вузлі,

$d\varphi_i$ – нескінченно мале значення потенціалу в i -му вузлі,

I_{ij} – струм у ребрі, обмеженому i -м та j -м вузлами,

ΔI_i – сума струмів i -го вузла,

Розглянемо перебіг перехідного процесу.

$t=0$

$$\varphi_1=0, d\varphi_1=0, \varphi_2=0, d\varphi_2=0, \varphi_3=0, d\varphi_3=0, \varphi_4=0, d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=1, \Delta I_2=0, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

$$t=0+dt$$

$$\varphi_1=0, d\varphi_1=1, \varphi_2=0, d\varphi_2=0, \varphi_3=0, d\varphi_3=-1, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=1, \Delta I_2=0, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

Струми у гілках не змінюються

$$\min(h_{1(12)}=1, h_{1(23)}=30, h_{1(14)}=3, h_{1(43)}=3)=h_{1(12)}$$

$$h_1=1$$

$$t=1$$

$$\varphi_1=1, d\varphi_1=0, \varphi_2=0, d\varphi_2=0, \varphi_3=-1, d\varphi_3=0, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=1, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=0, \Delta I_2=1, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

$$t=1+dt$$

$$\varphi_1=1, d\varphi_1=0, \varphi_2=0, d\varphi_2=1, \varphi_3=-1, d\varphi_3=-1, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=1, \Delta I_2=0, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

Струм у галузі v_{12} змінюється, зберігаються значення струмів для $t=1$

$$t=1+2 dt$$

$$\varphi_1=1, d\varphi_1=1, \varphi_2=0, d\varphi_2=1, \varphi_3=-1, d\varphi_3=-2, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=1, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=0, \Delta I_2=1, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

Струми у гілках повертаються до збереженого значення, обчислюються середні значення струмів

$$\Delta \bar{I}_1 = \frac{1}{2}, \Delta \bar{I}_2 = \frac{1}{2},$$

$$\min(h_{2(23)}=19\frac{1}{3}, h_{2(14)}=4, h_{1(43)}=26)=h_{2(14)}$$

$$h_2=4$$

$$t=5$$

$$\varphi_1=3, d\varphi_1=0, \varphi_2=2, d\varphi_2=0, \varphi_3=-5, d\varphi_3=0, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=1, I_{23}=0, I_{14}=1, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=-1, \Delta I_2=1, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=1$$

$$t=5+dt$$

$$\varphi_1=3, d\varphi_1=-1, \varphi_2=2, d\varphi_2=1, \varphi_3=-5, d\varphi_3=-1, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=1,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=1, \Delta I_2=0, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

Струм у гілках v_{12} , v_{14} змінюється, зберігаються значення струмів для $t=5$

$$t=5+2 dt$$

$$\varphi_1=3, d\varphi_1=0, \varphi_2=2, d\varphi_2=1, \varphi_3=-5, d\varphi_3=-2, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=1,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=1, \Delta I_2=0, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

$$t=5+3dt$$

$$\varphi_1=3, d\varphi_1=1, \varphi_2=2, d\varphi_2=1, \varphi_3=-5, d\varphi_3=-3, \varphi_4=0,$$

$$d\varphi_4=1,$$

$$I_{12}=1, I_{23}=0, I_{14}=1, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=-1, \Delta I_2=1, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=1$$

Струми у гілках повертаються до збереженого значення, обчислюються середні значення струмів

$$\Delta \bar{I}_1 = \frac{1}{3}, \Delta \bar{I}_2 = \frac{1}{3}, \Delta \bar{I}_4 = \frac{1}{3},$$

$$\min(h_{3(14)}=18\frac{3}{4}, h_{3(43)}=16\frac{1}{2})=h_{3(43)}$$

$$h_3=16\frac{1}{2}$$

$$t=21\frac{1}{2}$$

$$\varphi_1=8\frac{1}{2}, d\varphi_1=0, \varphi_2=7\frac{1}{2}, d\varphi_2=0, \varphi_3=-21\frac{1}{2}, d\varphi_3=0,$$

$$\varphi_4=5\frac{1}{2}, d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=1, I_{23}=0, I_{14}=1, I_{43}=1$$

$$\Delta I_1=-1, \Delta I_2=1, \Delta I_3=-1, \Delta I_4=0$$

$$t=21\frac{1}{2}+dt$$

$$\varphi_1=8\frac{1}{2}, d\varphi_1=-1, \varphi_2=7\frac{1}{2}, d\varphi_2=1, \varphi_3=-21\frac{1}{2}, d\varphi_3=0, \\ \varphi_4=5\frac{1}{2}, d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=0, I_{43}=1$$

$$\Delta I_1=1, \Delta I_2=0, \Delta I_3=0, \Delta I_4=-1$$

Струм у гілках v_{12} , v_{14} змінюється, зберігаються значення струмів для $t=21\frac{1}{2}$

$$t=21\frac{1}{2}+2 dt$$

$$\varphi_1=8\frac{1}{2}, d\varphi_1=0, \varphi_2=7\frac{1}{2}, d\varphi_2=1, \varphi_3=-21\frac{1}{2}, d\varphi_3=0, \\ \varphi_4=5\frac{1}{2}, d\varphi_4=-1,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=1, I_{43}=0$$

$$\Delta I_1=0, \Delta I_2=0, \Delta I_3=0, \Delta I_4=-1$$

$$t=21\frac{1}{2}+3 dt$$

$$\varphi_1=8\frac{1}{2}, d\varphi_1=0, \varphi_2=7\frac{1}{2}, d\varphi_2=1, \varphi_3=-21\frac{1}{2}, d\varphi_3=-1, \\ \varphi_4=5\frac{1}{2}, d\varphi_4=0,$$

$$I_{12}=0, I_{23}=0, I_{14}=1, I_{43}=1$$

$$\underline{\Delta I_1=0, \Delta I_2=0, \Delta I_3=0, \Delta I_4=0}$$

Найкоротший шлях знайдено.

Висновки

У роботі запропоновано алгоритм пошуку найкоротшого шляху у зваженому орієнтованому графі, побудований моделі електричної ланцюга. Дія інструмента представлена у вигляді перехідного процесу електричної моделі зваженого орієнтованого графа.

Розрахунок перехідного процесу електричної моделі зваженого орієнтованого графа з накопичувачами можна здійснити шляхом фіксації тимчасових проміжків, якими можна обчислювати значення зарядів у вузлах графа. Це дозволяє отримати точну картину перехідного процесу моделі електричного ланцюга для пошуку найкоротшого шляху у виваженому орієнтованому графі. Щоб відобразити перехідний процес кінцевим числом тимчасових інтервалів, слід «згорнути» зміни станів гілок (цикли), які багато разів повторюються, фіксуючи тільки їх початок і закінчення.

Перспективою подальших досліджень є точний доказ циклічності перебігу струмів в

електричній моделі зваженого орієнтованого графа з накопичувачами.

Список використаної літератури

- [1] JB Dennis, *Mathematical Programming and Electrical Networks*, Technology Press of Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1959.
- [2] TE Stern, *Theory of Nonlinear Networks and Systems*, Addison-Wesley, New York, 1965.
- [3] LO Chua та G.-N. Lin, "He-linear optimization with constraints: A cook-book approach," *Circuit Theory and Applications*, vol. 11, pp. 141-159, 1983.
- [4] LO Chua та G.-N. Lin, "Nonlinear programming without computation," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 182-188, February 1984.
- [5] LO Chua та G.-N. Lin, "Errata до 'Nonlinear programming without computation'," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 32, no. 7, p. 736, July 1985.
- [6] JJ Hopfield and DW Tank, "Нерухомий комп'ютерний режим для оптимізації проблем," *Biological Cybernetics*, vol. 52, pp. 141-152, 1985.
- [7] DW Tank і JJ Hopfield, "Симптом neural optimization networks: An A/D converter, signal decision circuit, and a linear programming circuit," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 33, no. 5, May 1986
- [8] MP Kennedy and LO Chua, "Neural networks for nonlinear programming," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 35, no. 5, pp. 554-562, May 1988.
- [9] M. Forti, P. Nistri, і M. Quincampoix, "Generalized neural network for nonsmooth nonlinear programming problems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 51, no. 9, September 2004.
- [10] X. Xue and W. Bian, "Subgradient - базується на neural networks for nonsmooth convex optimization problems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 55, no. 8, September 2008.
- [11] Q. Liu and J. Wang, "На одному літері поточного neural network with discontinuous hard-limiting activation function for quadratic programming," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 19, no. 4, квітень 2008.

- [12] Y. Xia i MS Kamel , “A cooperative recurrent neural network for solving L1 estimation problems with general linear constraints,” *Neural Computation*, vol. 20, pp. 844-872, 2008.
- [13] J. Guo , T. Nishi, and N. Takahashi, “A method for solving optimization problems with equality constraints by using the SPICE program,” *IEICE Transactions on Fundamentals*, vol. E86-A, no. 9, pp. 2325–2332, September 2003.
- [14] K. Yamamura, W. Kuroki, H. Okuma, i Y. Inoue, “Path following circuits – SPICE-oriented numerical methods where formulas are described by circuits –,” *IEICE Transactions on Fundamentals*, vol. E88-A, no. 4, pp. 825-831, April 2005.
- [15] M. Oda , Y. Yamagami , J. Kawata , Y. Nishio , i A. Ushida , “Sensitivity analysis and optimization algorithm – базується на nonlinear programming –,” *IEICE Transactions on Fundamentals*, vol. E91-A, no. 9, September 2008.
- [16] Shuteev , E.I. Modeling of non-linear DC electric circuits for solving the problem of finding the shortest path / E.I. Shuteev , D.O. Belokopytov, D.F. Dimitrov // *Tr. Odessa . polytechnic __ university - 2009. - Issue 2 (32) . - with . 88 - 91s.*
- [17] Gnatenko , V.Yu. Electric model with ideal elements for finding the shortest path on a weighted directed graph / V.Yu. Gnatenko , P. V. Stupen, K. V. Dikusar , E. I. Shutiev // *Automation technological and business processes , volume 10, no. 2 (2018) . - with . 38 - 43*
- [18] Introduction to Graph Theory (Classic Version), 2nd edition Douglas West 2nd edition | Published by Pearson (February 14th 2017) - Copyright © 2018
- [19] Fundamentals of Electric Circuits – Alexander & Sadiku Fundamentals of Electric Circuits Paperback – McGraw Hill; 7th edition (January 3, 2020)

APPLICATION OF THE ELECTRICAL CHAIN MODEL FOR SEARCH SHORTEST PATH IN A WEIGHTED DIRECTED GRAPH

V. Hnatenko, P. Stupen, E. Dikusar
Odesa Polytechnic National University

Abstract. Attempts to solve optimization problems using nonlinear schemes have a long history. The impossibility of the transition process in the classical model of the Dennis electric circuit is noted with ideal elements. In order for the transient process to proceed in such a circuit, it is proposed to attach charge accumulators to the nodes of the circuit. Calculation of the transient process in the electrical model of a weighted directed graph with accumulators can be carried out by fixing the time intervals through which it is possible to calculate the values of the charges at the nodes of the graph. This allows you to get an accurate picture of the transition process of the electrical circuit model for finding the shortest path in a weighted directed graph.

Keywords: Transition process, optimization problems, modelling, electric circuit, nonlinear schemes

Отримано 05.10.2023



Ступень Павло Вячеславович, Національний університет «Одеська політехніка», кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем. Просп. Шевченка, 1, Одеса, Україна, E-mail: stek2000@gmail.com, тел. +38-048-705-85-13

Pavlo Stupen, Odessa Polytechnic National University, PhD, associate professor, associate professor of the computer systems department, Shevchenko ave., 1, Odessa, Ukraine

ORCID ID: 0000-0003-1952-6144



Дікусар Катерина Володимирівна, Національний університет «Одеська політехніка», старший викладач кафедри комп'ютерних систем. Просп. Шевченка, 1, Одеса, Україна, E-mail: semuella@gmail.com, тел. +38-048-705-85-13

Ekateryna Dikusar, Odessa Polytechnic National University, senior teacher of the computer systems department, Shevchenko ave., 1, Odessa, Ukraine

ORCID ID: 0000-0001-5947-2924



Гнатенко Валерій Юрійович, Національний університет «Одеська політехніка», старший викладач кафедри комп'ютерних систем. Просп. Шевченка, 1, Одеса, Україна, E-mail: hnatenko@op.edu.ua, тел. +38-048-705-85-13

Valerii Hnatenko, Odessa Polytechnic National University, Senior Lecturer of the computer systems department, Shevchenko ave., 1, Odessa, Ukraine

ORCID ID: 0000-0003-3598-994X