

УДК 681.5.03

**А. В. Садовой**, д-р техн. наук

**Р. С. Волянский**, канд. техн. наук,

### СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ АКТИВАЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

**Аннотация.** Представлен корневой метод синтеза систем управления электромеханическими объектами. Применение разработанного метода позволяет путем выбора траектории движения корней характеристических уравнений замкнутых систем определять структуру и настройки регуляторов. Использование синтезированных регуляторов обеспечивает желаемые статические, динамические и энергетические характеристики электромеханических систем.

**Ключевые слова:** Алгоритм оптимального управления, электропривод, характеристическое уравнение, движение корней характеристического уравнения, замкнутая динамическая система, нелинейная активационная функция, скользящий режим, переменный коэффициент усиления, метод структурно-алгоритмического синтеза, линеаризация обратными связями

**R. Voliansky**, PhD.,

**A. Sadovoy**, ScD.

### SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL SYSTEMS WITH NONLINEAR ACTIVATION FUNCTION

**Abstract.** The root method synthesis of electromechanical objects control systems is presented in this paper. Application of this method allows determining the structure and configuration of regulators by selecting of characteristic equation roots motion path for closed-loop systems. Using synthesized regulators provides the desired static, dynamic and energetic characteristics of electromechanical systems.

**Keywords:** Optimal control algorithm, electric drive, characteristic equation, characteristic equation's roots motion, closed-loop dynamical system, nonlinear activation function, sliding mode, variable gain coefficients, method of structural and algorithmic synthesis, feedback linearization

**Р. С. Волянський**, канд. техн. наук,

**О. В. Садовой**, д-р техн. наук

### СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ З НЕЛІНІЙНОЮ АКТИВАЦІЙНОЮ ФУНКЦІЄЮ

**Анотація.** Представлено корневий метод синтезу систем керування електромеханічними об'єктами. Застосування розробленого методу дозволяє шляхом вибору траєкторії руху коренів характеристичних рівнянь замкнутих систем визначати структуру та налаштування регуляторів. Використання синтезованих регуляторів забезпечує бажані статичні, динамічні та енергетичні характеристики електромеханічних систем.

**Ключові слова:** Алгоритм оптимального управління, електропривод, характеристичне рівняння, рух коренів характеристичного рівняння, замкнута динамічна система, нелінійна активаційна функція, ковзний режим, змінний коефіцієнт посилення, метод структурно-алгоритмічного синтезу, линеаризація зворотними зв'язками

**Введение.** Существующая материальная база информационной, преобразовательной и исполнительной техник способствует совершенствованию процесса производства и создает предпосылки для различных модернизаций, при выполнении которых оказывается возможным не только реализовать известные принципы и законы управления, но и внедрять принципиально новые подходы к процессам управления исполнительными устройствами, отдельными технологическими процессами и производством в целом с целью улучшения их технико-экономических характеристик.

Таким образом, возникает научная задача, связанная с разработкой новых законов управления. Одним из подходов к решению этой задачи является

разрывное управление [1, 2], которое базируется на использовании скользящих режимов как первого [2 – 4] так и более высоких порядков [5 – 6]. Анализ публикаций, посвященных созданию и исследованию систем разрывного управления первого и второго порядков, показал обособленность используемых подходов и методов. Поэтому выявление общих закономерностей, характеризующих процесс функционирования систем разрывного управления, и разработка на их основе метода структурно-алгоритмического синтеза является актуальной задачей.

**Постановка задач исследования.** Целью настоящей статьи является разработка алгоритма синтеза систем управления электромеханическими объектами, в которых возникают скользящие режимы заданных порядков.

**Материалы исследования.** Пусть возмущенное движение обобщенного электромеханического объекта описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений в матричном виде

$$p\eta = F(\eta) + G(\eta)U. \quad (1)$$

Используя основные понятия дифференциальной геометрии, линеаризуем объект (1) обратными связями [7, 8] и представим его движение в управляемой форме Бруновского

$$p\eta_1 = \eta_2, \dots, p\eta_{n-1} = \eta_n, p\eta_n = v, \quad (2)$$

где  $n$  – порядок объекта управления.

Линеаризация обратными связями, помимо введения нового линеаризующего управляющего воздействия  $v$ , превращает исходный нелинейный объект управления (1) в объект с  $n$  кратным нулевым корнем характеристического уравнения.

В работе [9] показано, что корни характеристического уравнения замкнутой электромеханической системы с иррациональной активационной функцией [10] зависят от мгновенных значений переменных состояний этой системы. Эту зависимость можно обобщить следующим образом

$$|p_i| = \frac{k_1}{\left(k_2 + \left|\sum_{i=1}^n c_i \eta_i\right|\right)^\alpha}, \quad (3)$$

где  $k_1, k_2, c_i, \alpha$  – параметры траектории движения корней характеристического уравнения.

Показатель степени  $\alpha$  определяет не только траекторию движения корня  $p_i$ , но и тип системы управления: линейную при  $\alpha = 0$  и  $p_i = \text{const}$ , релейную со скользящим режимом первого порядка при  $\alpha = 1$  и релейную со скользящими режимами выше первого порядка при  $\alpha \in (0, 1)$ . Поэтому задавшись желаемой траекторией изменения корня характеристического уравнения (3) и используя известные стандартные распределения корней характеристического уравнения, можно определить желаемый характеристический полином замкнутой системы

$$p^n + \sum_{i=1}^{n-1} a_i p^i |p_i|^{n-i} + |p_i|^n = 0. \quad (4)$$

В случае, когда корни характеристического полинома не являются константами, такой полином определяет не только параметры но и структуру регулятора.

Принимая во внимание, что полином объекта управления (2) имеет следующий вид

$$p^n = 0, \quad (5)$$

можно утверждать, что параметры регулятора, который синтезирован для объекта в форме Бруновского, определяются траекторией движения корней характеристического уравнения объекта управления (3) и коэффициентами выбранного распределения (4), т.е

$$k_n = p_i^n;$$

$$k_i = a_i |p_i|^{n-i} = \frac{a_i k_1^{n-i}}{\left(k_2 + \left|\sum_{i=1}^n c_i \eta_i\right|\right)^{\alpha(n-i)}}, i = 1, \dots, n-1. \quad (6)$$

Обобщая приведенные выше выкладки, можно сформулировать следующий алгоритм синтеза системы управления с наперед неизвестной нелинейной активационной функцией.

1. В зависимости от требуемых свойств замкнутой системы выбираются вид и параметры траектории движения корней желаемого характеристического уравнения.

2. Для объекта выше первого порядка на основании требований к переходному процессу выбирается распределение корней и определяется желаемый характеристический полином.

4. Находятся структура и параметры регулятора.

5. Уравнения движения объекта управления представляются в управляемой форме Бруновского и определяются соответствующие функции преобразования [7].

6. Для синтезированного управляющего воздействия на основании найденных в предыдущем пункте функций преобразования выполняется обратное преобразование.

**Выводы.** Обобщая приведенные в работе выкладки, можно сделать следующие выводы:

1. Разработанный метод синтеза систем управления за счет универсальности применяемого математического аппарата позволяет синтезировать управляющие воздействия как линейными так и нелинейными электромеханическими объектами. Приведенный алгоритм синтеза систем управления с нелинейной активационной функцией состоит из двух обособленных процедур: определения желаемого характеристического полинома с переменными коэффициентами, нахождения структуры и параметров регулятора для объекта в управляемой форме Бруновского и преобразование их к исходному координатному базису.

2. Исходными данными для синтеза являются уравнения движения объекта управления и распределение траекторий движения корней желаемого характеристического уравнения.

3. В ходе выполнения процедуры синтеза определяются не только параметры и структура регулятора, но и его активационная функция.

Список использованной литературы

1. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука. – 1974. – 576 с.
2. Уткин В. И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой / В. И. Уткин. – М. : Наука. – 1974. – 272 с.
3. Isidori A., (1995), *Nonlinear Control System*, Alberto Isidori, London, Springer, 282 p.

4. Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина. – К. : ИСИМО, 1998. – 298 с.

5. Емельянов С. В. Новый класс алгоритмов скольжения второго порядка / С. В. Емельянов, С. К. Коровин, Л. В. Левантовский // Математическое моделирование. – М. : Наука. – 2007. – Том 19. – № 1 – С. 89 – 100.

6. Pisano A., (2000), Second Order Sliding Modes: Theory and Applications, *Alesandro Pisano PHD Thesis, Dipartimento di Ingegneria Elettrica ed Elettronica (DIEE ) Universit  a degli Studi di Cagliari*, 128 p.

7. Ким Д. П. Теория автоматического управления / Д. П. Ким. – М. : Физматлит. – 2003. – 288 с.

8. Мирошник И. В. Теория автоматического управления / И. В. Мирошник. – СПб. : Питер. – 2006. – 272 с.

9. Волянский Р. С. Динамические параметры систем управления с иррациональной активационной функцией / Р. С. Волянский, А. В. Садовой // Информационные технологии моделирования и управления. – Воронеж : Научная книга. – 2012. – № 5(77). – С. 345 – 353.

10. Волянский Р. С. Синтез оптимальной системы управления с иррациональной активационной функцией / Р. С. Волянский, А. В. Садовой // Вестник НТУ «ХПИ» «Проблемы автоматизированного электропривода» (Теория и практика). – Харьков : НТУ «ХПИ». – 2010. – Вып. 28. – С.49 – 51.

Получено 07.07.2014

#### References

1. Tsipkin Ya.Z. Releynye avtomaticheskie sistemy [Relay Control Systems], (1974), Moscow, Russian Federation, *Nauka Publ.*, 576 p. (In Russian).

2. Utkin V.I. Skolzashie regimy i ih primeneniye v sistemah s peremennoy strukturoy [Sliding Modes and their Application in Variable Structure Systems], (1974), Moscow, Russian Federation, *Nauka Publ.* 272 p. (In Russian).

3. Isidori A., (1995), Nonlinear Control System, London, *Springer*, 282 p. (In Russian).

4. Sadovoy A.V., Suhinin B.V., and Sokhina Yu.V., Sistemy optimalnogo upravleniya pretsizionnymi elektroprivodami [The Optimal Control Systems of Precision Electric Drive], (1996), Kiev, Ukraine, *ISIMO Publ.*, 298 p. (In Russian).

5. Emelyanov S.V., Korovin S.K., and Levantovsky L.V. Novyi klass algoritmov skolzheniyz vtorogo poryadka [New Class of 2<sup>nd</sup> order Sliding Algorithms], (2007), *Matematicheskoe Modelirovanie*, Moscow, Russian Federation, *Nauka Publ.*, Vol 19, No. 1, pp. 89 – 100 (In Russian).

6. Pisano A., (2000), Second Order Sliding Modes: Theory and Applications, *Alesandro Pisano PHD Thesis, Dipartimento di Ingegneria Elettrica ed Elettronica (DIEE ) Universit  a Degli Studi di Cagliari*, 128 p.

7. Kim D.P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. [The theory of Automatic Control], (2003), Moscow, Russian Federation, *Phismatlit Publ.*, 288 p (In Russian).

8. Miroshnik I.V. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya [The theory of Automatic Control], (2006), Sankt-Peterburg, Russian Federation, *Piter Publ.*, 272 p. (In Russian).

9. Voliansky R.S., and Sadovoy A.V. Dinamicheskie parametry system upravleniya s irratsionalnoy aktivacionnoy funkciey [Dynamic Parameters of Control Systems with Irrational Activation Function], (2012), *Informacionnye Tehnologie Modelirovaniya i Upravleniya*, Voronezh, Russian Federation, *Nauchnaya Kniga Publ.*, No. 5(77), pp. 345 – 353 (In Russian).

10. Voliansky R.S., and Sadovoy A.V. Syntez optimalnoy sistemy upravleniya s irratsionalnoy aktivacionnoy funkciey [Synthesis of Optimal Control System with Irrational Activation Function], 2010, *Vestnik NTU “KhPI” “Problemy Avtomatizirovannogo Elektroprivoda” (Teoriya i Praktika)*. Kharkov, Ukraine, NTU “KhPI”, No. 28, pp. 49 – 51 (In Russian).



Волянский  
Роман Сергеевич, канд. техн.  
наук, доц., докторант каф.  
электротехники и электромеханики  
Днепродзержинского государственного  
технического университета, Украина.  
Днепродзержинск,  
Днепростроевская, д 2.  
Тел.0569-552005.  
E-mail: voliansky@ua.fm



Садовой  
Александр Валентинович,  
д-р техн. наук, проф.,  
проректор по научной работе  
Днепродзержинского государственного  
технического университета, Украина,  
Днепродзержинск,  
Днепростроевская, д 2.  
Тел: 0569-551287.  
E-mail: sadovoy@dstu.dp.ua