

УДК 519.718.2

О. Ю. Лозинський, С. В. Щербовських, доктори техн. наук

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ ІЗ СКЛАДНИМ ЗАГАЛЬНИМ ПОЛЕГШЕНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

*Анотація.* Запропоновано математичну модель надійності електротехнічної системи із складним загальним полегшеним резервуванням, призначену для аналізу причин її непрацездатності. Модель адекватно враховує вплив перерозподілу навантаження на ймовірнісні показники мінімальної множини перетинів. Для моделювання системи застосовані динамічне дерево відмов та розщеплена однорідна марковська модель.

*Ключові слова:* електротехнічна система, загальне полегшене резервування, модель надійності, динамічне дерево відмов, марковська модель, мінімальна множина перетинів

O. Lozynsky, ScD., S. Shcherbovskykh, ScD.

### MATHEMATICAL RELIABILITY MODEL FOR FAILURE CAUSE ANALYSIS OF ELECTRICAL SYSTEM WITH COMPLEX WHOLE REDUCED REDUNDANCY

*Abstract.* The mathematical reliability model of system with complex whole reduced redundancy for failure cause analysis is proposed. The model adequately takes into account the impact of load-sharing on minimal cut set probability characteristics. For system modeling dynamic fault tree and split homogeneous Markov model are used.

*Keywords:* electrical system, whole reduced reserve, reliability model, dynamic fault tree, Markov model, minimal cut set

О. Ю. Лозинский, С. В. Щербовских, доктора техн. наук

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРИЧИН НЕРАБОТОСПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ СО СЛОЖНЫМ ОБЩИМ ОБЛЕГЧЕННЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

*Аннотация.* Предложена математическая модель надежности системы со сложным общим облегченным резервированием, предназначенная для анализа причин ее неработоспособности. Модель адекватно учитывает влияние перераспределения нагрузки на вероятностные показатели минимального множества сечений. Для моделирования системы применены динамическое дерево отказов и расщепленная однородная марковская модель.

*Ключевые слова:* электротехническая система, общее облегченное резервирование, модель надежности, динамическое дерево отказов, марковская модель, минимальное множество сечений

#### Вступ

Рекомендації щодо підвищення надійності систем розробляють на основі пошуку і аналізу причин їх непрацездатності. Кожній причині непрацездатності відповідає унікальний набір непрацездатних елементів, який називають перетином. Усій сукупності незалежних причин непрацездатності відповідає мінімальна множина перетинів. Мета аналізу надійності полягає у визначенні ймовірнісних характеристик усіх перетинів із мінімальної множини.

#### Постановка проблеми

Для системи із полегшеним резервуванням необхідно відобразити вплив непрацездатності окремих елементів та підсистем на навантаження решти працездатних елементів.

У результаті такого впливу зазнають змін ймовірнісні показники перетинів, для визначення яких необхідно розробити адекватну математичну модель надійності. Дана проблема виникає під час аналізу надійності електротехнічних систем, які застосовують в об'єктах підвищеної небезпеки.

#### Аналіз останніх досліджень

Для визначення ймовірнісних характеристик перетинів використовують логіко-ймовірнісний та марковський аналіз. Логіко-ймовірнісний аналіз ґрунтується на складанні логічних умов, які відповідають перетинам, із подальшим їх перетворенням до ймовірнісних виразів [1]. Такий підхід простий у застосуванні, проте на його основі не можна коректно враховувати зміну навантаження, спричинену відмовами елементів. Марковський аналіз зазначених обмежень не має [2], проте під час його застосування виникають складності, пов'язані із високою трудомісткістю та обмеженням розподілу тривалентності напрацювання та ремонтування елементів експоненціальним законом. Для зменшення трудомісткості такого аналізу необхідно вдосконалити методи автоматичної побудови марковської моделі [3]. Таку побудову виконують на основі дерева відмов, яке необхідно доповнити параметрами, що математично описують надійнісну поведінку за навантаженням [4, 5]. Для усунення обмеження експоненціальним розподілом необхідно застосувати методи розщеплення простору станів [6], які повинні адекватно урахувати запам'ятовування передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням [7 – 10].

© Лозинський О.Ю., Щербовських С.В., 2014

### Постановка завдань

Формалізувати надійність системи зі складним загальним полегшенням резервуванням на основі динамічного дерева відмов; побудувати модель станів і подій системи; сформулювати розщеплену марковську модель системи; визначити ймовірнісні показники мінімальних перетинів.

### Опис та динамічне дерево відмов системи

Система складена із чотирьох елементів (рис. 1): двох генераторів G1 і G2 та двох трансформаторів TV1 і TV2. Генератор G1 і трансформатор TV1 утворюють основну підсистему, а G2 і TV2 – резервну.

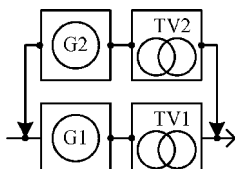


Рис. 1. Функціональна схема системи

Підсистеми працюють за алгоритмом полегшеного резервування, тобто якщо основна підсистема працездатна, то резервна працює у полегшеному режимі. Якщо основна стає непрацездатною, то резервна переходить у навантажений режим. Засоби технічної діагностики і перемикачів ідеальні, а тривалість зміни навантаження підсистемами – миттєва. Функція системи полягає у забезпеченні електричною енергією споживачів, які підключені до її виходу.

Надійність системи формалізовано динамічним деревом відмов (рис. 2).

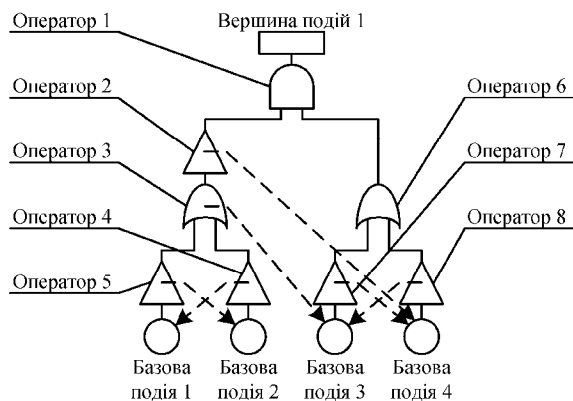


Рис. 2. Динамічне дерево відмов системи

Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження на основі блоків, що позначають логічні операції. Непрацездатність системи, позначено блоком «вершина подій 1», полягає у тому, що система нездатна забезпечити енергією споживачів, підключених до виходу. Вважаємо, що така непрацездатність катастрофічна. Якщо настають непрацездатності окремих елементів, проте система зберігає працездатність, то такі елементи відновлюються стільки разів, скільки у цьому існує потреба. Якщо ж уся система стає непрацездатною, то відновлення елементів системи вважається неможливим. Такий стан системи настає, якщо одночасно непрацездатні основна та резервна підсистеми, що описано блоком «оператор 1», тип якого задано логічною операцією І.

Непрацездатність основної підсистеми настає якщо непрацездатний хоча б один із двох її елементів, що описано блоком «оператор 3», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність резервної підсистеми описуємо за аналогією блоком «оператор 6», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність генератора G1 позначено блоком «базова подія 1», а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами  $\alpha_1 = 11\,000$  год. і  $\beta_1 = 1,1$ . Непрацездатність трансформатора TV1 — блоком «базова подія 2» та за розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_2 = 9\,000$  год і  $\beta_2 = 1,3$ ; непрацездатність G2 — блоком «базова подія 3» і за розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_3 = 10\,000$  год. і  $\beta_3 = 1,1$ ; та непрацездатність TV2 — блоком «базова подія 4» та за розподілом Вейбулла із параметрами  $\alpha_4 = 8\,000$  год. і  $\beta_4 = 1,3$ . Тривалість ремонтування елементів розподілена експоненціально із параметром  $\mu = 0,02$  год<sup>-1</sup>.

У даній моделі надійності необхідно відобразити такі динамічні явища: 1) зміну навантаження елементів резервної підсистеми, залежно від стану основної підсистеми; 2) зміну навантаження елемента основної підсистеми, залежно від стану іншого її елемента; 3) зміну навантаження елемента резервної підсистеми, залежно від стану іншого її елемента.

Для опису першого явища введемо у структуру дерева відмов блок «оператор 2», який є повторювачем логічного сигналу, і задамо умови зміни навантаження у ньому та у блоці «оператор 3». Якщо логічний сигнал на виході обох блоків становить ХИБНО, тобто основна підсистема працездатна, то інтенсивність процесу напрацювання елементів резервної підсистеми, які задано у блоках «базова подія 3» та «базова подія 4», множимо на  $k = 0,1$ .

Для опису другого явища введемо у структуру дерева відмов блоки «оператор 4» та «оператор 5», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «оператор 4» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G1, який задано у блоці «базова подія 1», множимо на 0. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «оператор 5» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV1, який задано у блоці «базова подія 2», так само множимо на 0. Для опису третього явища введемо у структуру дерева відмов блоки «оператор 7» та «оператор 8», які аналогічно до попередніх встановлюють інтенсивність процесам напрацювання трансформатора TV2 та генератора G2.

### Модель станів та подій системи

На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов системи із складним загальним полегшенням резервуванням, згідно із формалізованими правилами [7, с. 67] складена модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф станів та переходів такої моделі подано на рис. 3, а її параметри у таблиці.



Для працездатного стану  $S_7$ :

$$A_{S_7} = E_1 \otimes E_2 \otimes A_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 + \\ + E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes A_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 + \\ + E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes A_6 \otimes E_7 \otimes E_8.$$

Для працездатного стану  $S_6$ :

$$A_{S_6} = A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 + \\ + E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 + \\ + E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes A_7 \otimes E_8.$$

Для працездатного стану  $S_3$ :

$$A_{S_3} = A_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 + \\ + E_1 \otimes A_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8 + \\ + E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes A_8.$$

Для непрацездатних станів  $S_1, S_2, S_4$  та  $S_5$ :

$$C_{S_1} = C_{S_2} = C_{S_4} = C_{S_5} = I,$$

де  $I$  – одиничний вектор-рядок, розмірність якого дорівнює добутку розмірностей матриць  $A_1$ – $A_8$ .

Для подій  $T_1, T_{11}$  та  $T_{14}$ , спричинених завершенням процесу  $P_1$ :

$$A_{T_1} = A_{T_{11}} = A_{T_{14}} = p_1 C_1 \otimes E_2 \otimes \dots \otimes E_8.$$

Для подій  $T_2, T_{12}$  та  $T_{15}$ , спричинених завершенням процесу  $P_2$ :

$$A_{T_2} = A_{T_{12}} = A_{T_{15}} = E_1 \otimes p_2 C_2 \otimes E_3 \otimes \dots \otimes E_8.$$

Для подій  $T_3, T_5$  та  $T_8$ , спричинених завершенням процесу  $P_3$ :

$$A_{T_3} = A_{T_5} = A_{T_8} = E_1 \otimes E_2 \otimes p_3 C_3 \otimes E_4 \otimes \dots \otimes E_8.$$

Для подій  $T_4, T_6$  та  $T_9$ , спричинених завершенням процесу  $P_4$ :

$$A_{T_4} = A_{T_6} = A_{T_9} = \\ = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes p_4 C_4 \otimes E_5 \otimes \dots \otimes E_8.$$

Для події  $T_7$ , спричиненої завершенням  $P_5$ :

$$A_{T_7} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes p_5 C_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8.$$

Для події  $T_{10}$ , спричиненої завершенням  $P_6$ :

$$A_{T_{10}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes p_6 C_6 \otimes E_7 \otimes E_8.$$

Для події  $T_{13}$ , спричиненої завершенням  $P_7$ :

$$A_{T_{13}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes p_7 C_7 \otimes E_8.$$

Для події  $T_{16}$ , спричиненої завершенням  $P_8$ :

$$A_{T_{16}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes p_8 C_8.$$

Одержана модель містить 144 рівнянь.

#### Ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи

Застосовуючи марковську модель системи із складним загальним полегшеним резервуванням обчислено ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи. Мінімальна множина містить такі перетини: «TV1–TV2», якому відповідає непрацездатний стан  $S_1$ ; «G1–TV2» –  $S_2$ ; «TV1–G2» –  $S_4$ ; «G1–G2» –  $S_5$ . Криві ймовірнісних характеристик

перетинів системи  $P(t)$  подані на рис. 4, зокрема, суцільна крива 1 відповідає функції ймовірності перетину «TV1–TV2», штрихова крива 2 – «G1–TV2», штрих-пунктирна крива 3 – «TV1–G2» та пунктирна крива 4 – «G1–G2».

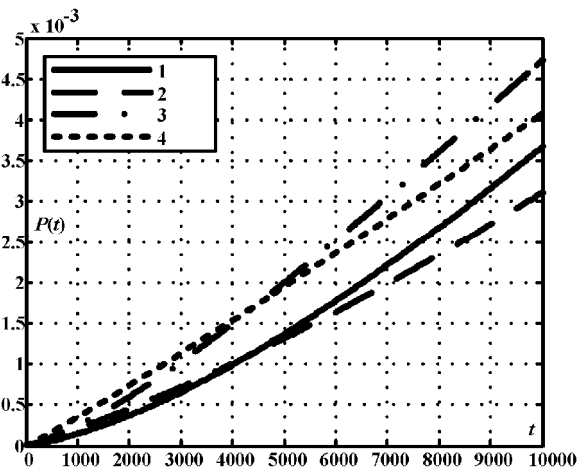


Рис. 4. Криві ймовірнісних характеристик множини мінімальних перетинів системи

На підставі даних про перетини робимо висновок, що для зменшення ймовірності відмови системи для моменту часу 10 000 год. необхідно вжити заходів щодо підвищення безвідмовності трансформатора TV1 із основної підсистеми та генератора G2 із резервної, оскільки їх одночасна непрацездатність є найімовірнішою причиною непрацездатності досліджуваної системи із відносною вагою 30,35 %.

#### Висновки

Розроблено математичну модель надійності системи із складним загальним полегшеним резервуванням, призначену для визначення ймовірнісних показників перетинів. Надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, а ймовірнісні показники визначені за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержана модель забезпечила адекватне урахування зміни навантаження елементів, тривалість напрацювання яких розподілена за законом Вейбулла. За вказаною моделлю адекватно визначено ймовірнісні показники перетинів та показано, надійність яких елементів необхідно покращувати першочергово, щоб зменшити ймовірність відмови системи. Подальші дослідження скеровані на розроблення математичних моделей надійності, які призначені для аналізу причин непрацездатності систем із складною структурою.

#### Список використаної літератури

1. Vega M., and Sarmiento H.G., (2008), Algorithm to Evaluate Substation Reliability with cut and path Sets, *Industry Applications, IEEE Trans. On*, Vol. 44, No. 6, pp. 1851 – 1858.
2. Yong Liu, and Singh C., (2010), Reliability Evaluation of Composite Power Systems Using Markov cut-set Method, *Power Systems, IEEE Trans. On*, Vol. 25, No. 2, pp. 777 – 785.

3. Haitao Guo, and Xianhui Yang, (2008), Automatic Creation of Markov Models for Reliability Assessment of Safety Instrumented Systems, *Reliability Eng. & System Safety*, Vol. 93, No. 6, pp. 829 – 837.

4. Codetta-Raiteri D. (2011), Integrating Several Formalisms in Order to Increase Fault Trees' Modeling Power, *Reliability Eng. & System Safety*, Vol. 96, No. 5, pp. 534 – 544.

5. Chryssaphinou O., Limnios N., and Malefaki S. (2011), Multi-state Reliability Systems under Discrete time Semi-Markovian Hypothesis, *Reliability, IEEE Trans. On*, Vol. 60, No. 1, pp. 80 – 87.

6. Manno G., Chiacchio F., Compagno L, D'Urso D., and Trapani N. (2014), Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and Resolution by the use of RAATSS, a Matlab® Toolbox Based on the ATS Formalism, *Reliability Eng. & System Safety*, Vol. 121, No. 1, pp. 250 – 262.

7. Щербовських С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія / С. В. Щербовських. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 296 с.

8. Lozynsky O., and Shcherbovskykh S., (2009), Determination of Failure Intensity using Markov Reliability Model for Renewal of the Non-Redundancy Systems, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 85, No. 4, pp. 89 – 91.

9. Shcherbovskykh S., Lozynsky O., and Marushchak Ya., (2011), Failure Intensity Determination for System with Standby Doubling, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 87, No. 5, pp. 160 – 162.

10. Mandziy B., Lozynsky O., and Shcherbovskykh S., (2013), Mathematical Model for Failure Cause Analysis of Electrical Systems with Load-Sharing Redundancy of Component, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 89, No. 11, pp. 244 – 247.

6. Manno G., Chiacchio F., Compagno L., D'Urso D., and Trapani N., (2014), Conception of Repairable Dynamic Fault Trees and Resolution by the use of RAATSS, a Matlab® Toolbox Based on the ATS Formalism, *Reliability Eng. & System Safety*, Vol. 121, No. 1, pp. 250 – 262.

7. Shcherbovskykh S., (2012), Mathematical Models and Methods for Reliability Characteristic Determination of k-terminal Systems with Load-Sharing Taking into Account, *Lviv Polytechnic Press*, 296 p. (In Ukrainian).

8. Lozynsky O., and Shcherbovskykh S., (2009), Determination of Failure Intensity using Markov Reliability Model for Renewal of the Non-Redundancy Systems, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 85, No. 4, pp. 89 – 91.

9. Shcherbovskykh S., Lozynsky O., and Marushchak Ya., (2011), Failure Intensity Determination for System with Standby Doubling, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 87, No. 5, pp. 160 – 162.

10. Mandziy B., Lozynsky O., Shcherbovskykh S., (2013), Mathematical Model for Failure Cause Analysis of Electrical Systems with Load-Sharing Redundancy of Component, *Przeglad Elektrotechniczny*, Vol. 89, No. 11, pp. 244 – 247.

Отримано 09.06.2014

#### References

1. Vega M., and Sarmiento H.G., (2008), Algorithm to Evaluate Substation Reliability with Cut and path Sets, *Industry Applications, IEEE Trans. on.*, Vol. 44, No. 6, pp. 1851 – 1858.

2. Yong Liu., and Singh C. Reliability Evaluation of Composite Power Systems using Markov Cut-Set Method, *Power Systems, IEEE Trans. on*, (2010), Vol. 25, No. 2, pp. 777 – 785.

3. Haitao Guo, and Xianhui Yang, (2008), Automatic Creation of Markov Models for Reliability Assessment of Safety Instrumented Systems, *Reliability Eng. & System Safety*, Vol. 93, No. 6, pp. 829 – 837.

4. Codetta-Raiteri D., (2011), Integrating Several Formalisms in Order to Increase Fault Trees' Modeling Power, *Reliability Eng. & System Safety*, Vol. 96, No. 5, pp. 534 – 544.

5. Chryssaphinou O., Limnios N., and Malefaki S., (2011), Multi-State Reliability Systems under Discrete Time Semi-Markovian Hypothesis, *Reliability, IEEE Trans. on*, Vol. 60, No. 1, pp. 80 – 87.



Лозинський  
Орест Юліанович,  
д-р техн. наук., проф., зав.  
каф. електроприводу та  
комп'ютеризованих електро-  
механічних систем Нац. ун-ту  
«Львівська політехніка».  
м. Львів, вул. Бандери, 12,  
тел. (032) 258 24 68,  
E-mail:  
olozynsky@polynet.lviv.ua



Щербовських  
Сергій Володимирович,  
д-р техн. наук, ст. наук.  
співробітник науково-  
дослідної групи ДБ/ТРИКАФ  
Нац. ун-ту «Львівська політех-  
ніка».  
м. Львів, вул. Бандери, 12,  
тел. (096) 276 55 80,  
E-mail:  
shcherbov@polynet.lviv.ua