УДК 62-83:621.77, 62-83:681.5

Е. В. Полилов, канд. техн. наук

ФЕНОМЕН ВСПЛЕСКА В УПРАВЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Аннотация. *С единой позиции теории линейных систем представлено решение задачи прогноза амплитуд управлений любой динамической системы известными законами управления. Терминами барьер, потенциал и антиобъект впервые геометрически обоснован т.н. феномен всплеска фазовых координат объекта. Факт невозникновения всплеска положен в основу критерия оценки робастности систем и стратегий качественного управления динамическими системами на примере многомассовой электромеханической системы.*

Ключевые слова: *барьер и потенциал Полилова-Мотченко, среднегеометрический корень, антиобъект, феномен всплеска, оценка робастности, гиперповерхность скольжения, скользящий режим, эквивалентное управление, тандем управлений, техника инвариантных эллипсоидов*

E. Polilov, PhD.

SPLASH PHENOMENON IN CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS

Abstract. *A solution of the prediction amplitudes controls any dynamical system with known control laws with a unified position theory of linear systems is represented. By the terms barrier, potential and antiobject first so-called geometrically justified splash phenomenon of phase coordinates of the object. The fact of non-arising splash the basis for an evaluation criterion robustness of systems and strategies for quality control of dynamic systems on an example multimass electromechanical system.*

Keywords: *potential and barrier of Polilov-Motchenko, geometric average root, antiobject, splash phenomenon, robustness evaluation, sliding hypersurface, sliding mode, equivalent control, tandem of controls, invariant ellipsoids technique*

Є. В. Полілов, канд. техн. наук

ФЕНОМЕН СПЛЕСКУ В УПРАВЛІННІ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Анотація. *З єдиної позиції теорії лінійних систем представлено рішення задачі прогнозу амплітуд управлінь будь динамічної системи відомими законами управління. Термінами бар'єр, потенціал і антиоб'єкт вперше геометрично обґрунтований т.зв. феномен сплеску фазових координат об'єкта. Факт невиникнення сплеску покладено в основу критерію оцінки робастності систем і стратегій якісного управління динамічними системами на прикладі багатомасової електромеханічної системи.*

Ключові слова: *бар'єр і потенціал Полілова-Мотченка, середньогеометричний корінь, антиоб'єкт, феномен сплеску, оцінка робастності, гіперповерхня ковзання, ковзний режим, еквівалентне управління, тандем управлінь, техніка інваріантних еліпсоїдів*

Актуальность работы. Обеспечение «достаточных» запасов устойчивости ΔA и $\Delta\varphi$, как общепринятой меры удаления от т.н. границы устойчивости в классической теории управления, как, впрочем, и слепая вера во всемогущество и *нео*современных [1 – 4] законов управления – иллюзии. Внешне стройная теория, подкреплённая совершенным математическим аппаратом, модельными экспериментами, напоказ может оказаться совершенно бессильна. И дело здесь вовсе не в информационной обеспеченности, и качестве воспроизведения предписанного в «железе»… Истина поглощена и избытком технических объектов, как таковых. Параметры и сложность их математических моделей разнообразны, весьма. И по счастливой случайности ли, но модель динамики в исследованиях, вдруг, почему-то оказывается «щадящей» или безобидной вовсе. Об ином ведь с лёгкостью можно порассуждать категориями робастности, потом.

Цена той самой робастности? Амплитуды *нео*современных? Условия гарантированной работоспособности известных законов управления? Настолько ли оправданы быстродействие любой ценой на грани фола, и воплощение того же большей установленной мощностью, например? Доминанта счёта денег, к сожалению, порой преобладает и над здравым смыслом, не исключение предложенное. Как оценить ту самую «грань фола», не питая иллюзий, и классифицировать технические объекты по степени их динамичности? Ответы очевидны, если на время забыть о происхождении той или иной управляемой динамической системы и её специфике, интерпретируя объект интуитивно понятными математическими категориями, будь то прокатная клеть, пилотируемый космический аппарат или ядерный реактор. Дифференциальное уравнение n-го порядка, $k_U \equiv 1$. Озвученные вопросы, в сущности, и составляют *предмет* исследований и содержание представленного материала.

Материал и результаты исследований

Накопленные знания [1 – 4] теории автоматического управления предоставляют разработчику *неограниченный выбор* методов синтеза элементов k_{ij} матрицы/вектора $\mathbf{K}$, например, простейшего закона $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$ управления по состоянию, уместно упомянуть лишь некоторые направления в рамках современной теории для решения такой задачи: адаптивные и робастные системы, системы с переменной структурой и управление на скользящих режимах $\mathbf{u}^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}$, использование техники линейных матричных неравенств, нейроуправление и мн. др. Высшим пилотажем в каждом направлении есть принципиальная возможность осуществления синтеза систем управления с наперёд заданными «инженерными» свойствами: полоса $\omega_{ср}$ пропускания, предопределённая переходная характеристика $h_ж(t)$, малая динамическая ошибка Δ. Справедливо тем самым условно классифицировать все известные алгоритмы управления лишь по одному этому признаку, назовём их «модальные», с возможностью целенаправленного влияния на характер динамических процессов, и остальные, где такая возможность неявна или же отсутствует вовсе. Указанное деление непринципиально для дальнейших выкладок, а суть классификации станет очевидна позже. Отметим лишь, что предложенное действительно и в n-мерном фазовом пространстве выбранных координат $\mathbf{x}$, в том числе фиктивных $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$, а также для случая управления по выходу $\mathbf{y} = \mathbf{Cx}$ и построении т.н. линейных динамических регуляторов, при использовании наблюдателей состояния в восстановлении недоступных фазовых координат объекта $\hat{\mathbf{x}}$, в задачах слежения и стабилизации.

Вместо громких слов о феномене, для удержания интриги и придания значимости дальнейшим выкладкам, предлагаем рассмотреть *элементарную задачу* рис. 1, управления простейшим НЧ фильтром Баттерворта, например, 7-го порядка $(k_U \equiv 1)$ и полосой пропускания 1 рад/с для ровного счёта. В сущности – это устойчивое динамическое звено с полиномом n-й степени в знаменателе, комплексные корни которого расположены на полуокружности радиусом $\omega_ж$ в границах секторов, кратных π/n. Закон управления, положим, выбран в классе релейных [5 – 8] $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}'$, реализован в фазовом пространстве канонических координат $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ (среди множества известных выбрана, например, каноническая форма управляемости); вектор $\mathbf{K}$ определён таким, чтобы обеспечить прогнозируемую реакцию замкнутого контура в виде ПХ $h_ж(t)$ стандартного распределения корней, пусть по тому же Баттерворту 6-го порядка с полосой 100 рад/с. Уменьшение порядка здесь вызвано спецификой управлений на т.н. скользящих режимах и движении объекта по заведомо предопределённой гиперповерхности $\mathbf{Kx}' = 0$ именно $(n-1)$-го порядка, что, впрочем, ничуть не меняет сути обсуждаемого и при выборе иных законов $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$, или же управлении по выходу $\mathbf{y} = \mathbf{Cx}$ динамическими регуляторами, восстановлением недоступных координат наблюдателями состояния и пр. САР следит за входной траекторией простейшего фильтра Баттерворта 7-го порядка $(k_U \equiv 1)$, с полосой пропускания 10 рад/с, $x_{вх}(t) = 1$. *А вопрос то, собственно, следующий* – какой амплитуды управления $u_у$ следует ожидать в такой постановке? Хотя бы с точностью до порядка… Не будем томить читателя ожиданиями, тем более ответ пока и не столь очевиден – в начальный момент времени $u_{экв}\big|_{t\to 0+} \cong 10^7$! Вдумайтесь в этот абсурд, задача ведь всего то «протащить» 1 на выход абсолютно устойчивого динамического звена с коэффициентом передачи $k_U \equiv 1$.

Разумеется, такие колоссальные амплитуды ведут к такому же неконтролируемому росту всех фазовых координат $\mathbf{x}$ объекта. Подобное явление в теории управления названо *феноменом всплеска*, что красочно и наиболее полно отражает сущность непрогнозируемых процессов любой системы, построенной на принципе управления по отклонению. Абсолютно бессмысленная, кстати, затея пытаться умышленно ограничить управления u, даже наполовину, и тем более пытаться «отрезать» фазовые координаты x_i вложенностью контуров – это гарантировано ведёт к потере управляемости (невозможности возникновения скользящего режима в РМСАР) в основном/внешнем регуляторе и появлению низкочастотных незатухающих автоколебаний координат объекта с большой амплитудой. Объект невозможно даже и «тронуть с места» по каналу задания $\mathbf{x}^*$, не говоря о действии неконтролируемых возмущений ζ – «ограниченная» система мгновенно попадает в автоколебательные циклы. **«Надломленное» управление и есть та самая движущая сила, первопричина и катализатор в неуправляемости любого, абсолютно устойчивого объекта, независимо от того $u = \mathbf{Kx}$ – это было управление модальное, нейронное, релейное или Бог весть ещё какое по замыслу разработчика**… Ведь очевидно $u = \mathbf{Kx} \neq \operatorname{sat}\mathbf{Kx} \neq \mathbf{K}\operatorname{sat}\mathbf{x}$ в «насыщении», впрочем, как и $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx} \neq -\operatorname{sgn}\operatorname{sat}\mathbf{Kx} \neq$. $\neq -\operatorname{sgn}\mathbf{K}\operatorname{sat}\mathbf{x}$. Довесок $\operatorname{sat}(\ldots)$ в месте своего приложения банально «выключает» связь с объектом, и «надломленное» управление u не то чтоб бессильно, оно вовсе стаёт чужеродным и противоестественным, сваливая объект в автоколебательные циклы. А как насчёт таких кошек-мышек в многомассовой электромеханической системе (ММЭМС), энергетически заряженной на колебания? вместо «безобидного» НЧ фильтра в постановке задачи… В пору б пересмотреть и традиционные взгляды о коэффициенте динамичности *объекта*, по меньшей мере принять как факт, что даже в абсолютно «безобидных» объектах – $k_{дин}$ можно умышленно довести до абсурда и устремить в бесконечность, управление при $t \to 0+$ подобно пушечному выстрелу. «Надломить» такое невозможно, безмерно велика энергия всплеска, рис. 2.

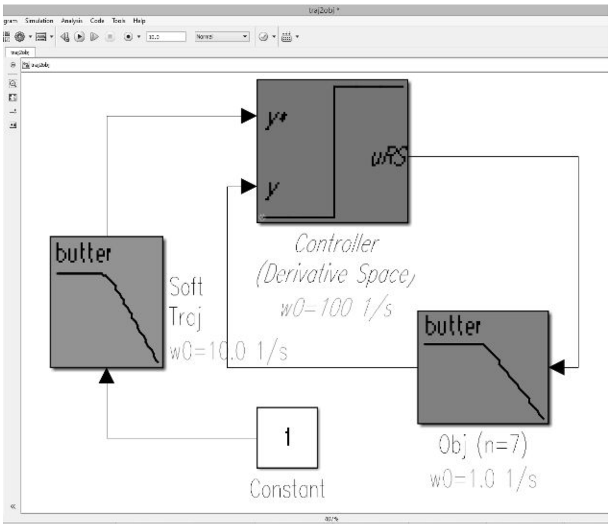


Рис. 1. Фрагмент Simulink-модели задачи слежения (закон управления $\mathbf{u}^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}'$, $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$)

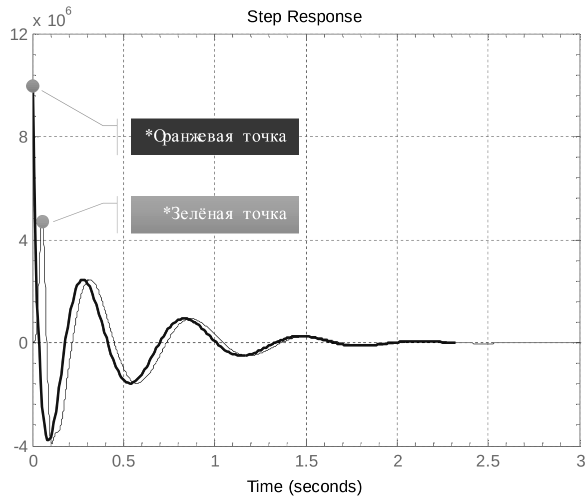


Рис. 2. Амплитуда управлений НЧ фильтром, $u_{экв}(t)\big|_{t\to 0+} \cong 10^7$ (*феномен всплеска*)

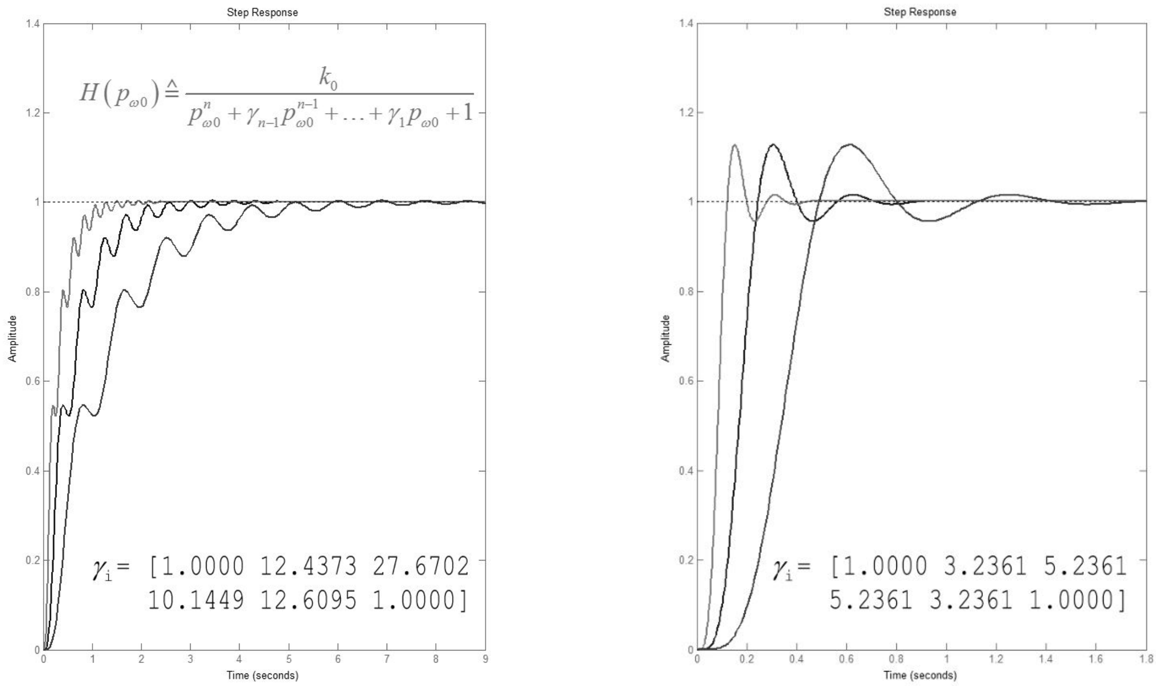


Рис. 3. Клонирование ММЭМС и фильтра Баттерворта во времени для 3-х СГК: $\omega_\times / 2$, $\omega_\times = 20\ рад/с$ и $2\omega_\times$ (иные γ_i, и только)

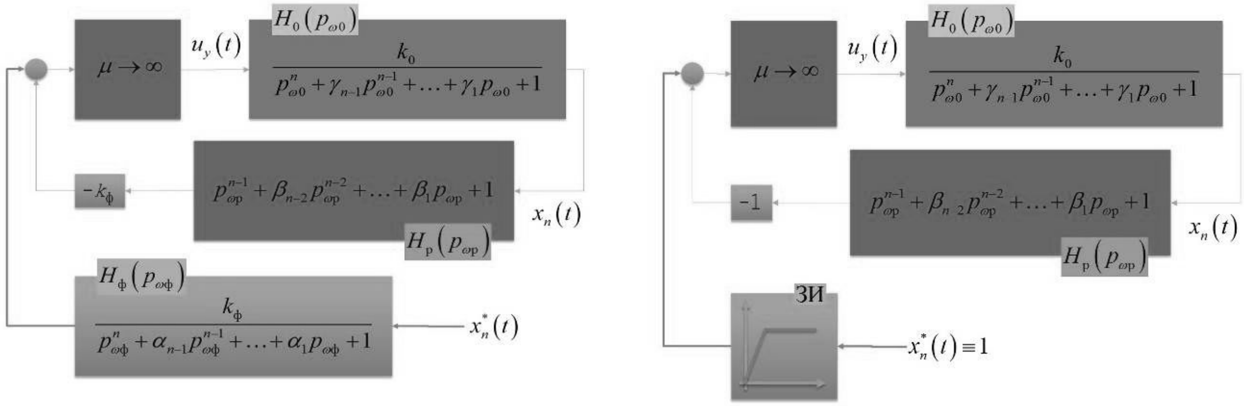


Рис. 4. Слежение, терминами нормированных полиномов

Истинная причина успешного или провального управления ММЭМС кроется вовсе *не в методе счёта* чисел k_{ij} матрицы/вектора $\mathbf{K}$ обратных связей, какими б модными, «правильными» и всемогущими не казались законы управления. На чаше весов два полярных факта. Феномен всплеска, с одной стороны, и, давно ставшая прописной истиной (к понятиям «ток упора», $\operatorname{sat} u(t) = U_{\max}$ и пр.), а порою и безапелляционным руководством к действию – бессмысленная и противоестественная попытка «отрезать» тот самый всплеск ограничением амплитуд фазовых координат x_i объекта, например, вложенностью контуров, с другой. Сугубо технический подход? Уберечь всё, что кратковременно допускает предписанные $x_{i\max}$ в контурах? По всей видимости, да, уберечь то получится, но потеря управляемости – это ли не повод задуматься об истинных причинах фиаско? В погоне за мифическими псевдо-уникальными методами счёта k_{ij} в $u = \mathbf{Kx}$ или $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}$ и перманентная эйфория триумфа в кажущихся успешными модельных экспериментах (непременно почему то называя именно метод счёта k_{ij} доминантой «гашения колебаний») не позволяют видеть существенные причинно-следственные связи. Нужно отчётливо осознавать первопричины происходящего и искать способы, принципиально исключающие возникновение всплеска, а не брутально и бессмысленно бороться «ограничениями» и запретами (или вовсе умышленным неиспользованием части фазовых координат вектора $\mathbf{x}$) с уже свершившимся фактом. Безусловно, и результат счёта k_{ij} можно возвести в ранг доминанты «гашения колебаний», исключительно в одном случае – если полоса пропускания ω_{cp} замкнутой системы как факт ничтожно мала и в разы меньше минимальной ω_{ij} из резонансных объекта ММЭМС. Умышленно ли, случайно, в надежде на чудо наткнуться на $\omega_{cp} << \omega_{ij}$? Не суть важно… Эта задача *исчерпывающе решаема* в рамках простейшего модального управления $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$, к слову. А если и вовсе глаза закрыть на мгновенные всплески фазовых координат, так тогда и любые настройки k_{ij} в пору канонизировать.

Знаменатель некой передаточной функции (ПФ) $H(p_{\omega\times})$ представим в виде нормированного полинома n-го порядка:

$$H(p_{\omega\times}) = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n}(p - p_i^*)} \equiv \equiv \frac{1}{p_{\omega\times}^n + \gamma_{n-1} p_{\omega\times}^{n-1} + \ldots + \gamma_1 p_{\omega\times} + 1}, \tag{1}$$

здесь $p_{\omega\times} = p / \omega_\times$ – отражает быстродействие ПХ; $p = d/dt$, синтетический набор γ_i $(i = 1 \ldots n-1)$ определяет геометрию распределения корней полинома (в сущности решений p_i^* уравнения n-й степени) на комплексной полуплоскости, задавая тем самым желаемый характер ПХ; $\omega_\times = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} p_i^*}$ – т.н. среднегеометрический корень (СГК) (независимо от числа и местоположения корней p_i^*, равенство *усредняет их геометрически*, что можно отчётливо увидеть и на рис. 5, где умышленно во всех представленных случаях именно полуокружность радиусом $\omega_\times = 100$ рад/с является среднегеометрической для наблюдателя, находящегося в координатном 0).

Важное замечание – банальное раскрытие скобок произведения $\prod_{i=1}^{n}(p - p_i^*)$ в ПФ вне нашего ведома «усредняет» разношёрстные p_i^*. И несмотря на возможное существенное отличие геометрического местоположения корней ММЭМС, $\operatorname{Re} p_i^*$ могут отличаться на несколько порядков, среднегеометрический корень – это вовсе не абстрактное математическое понятие, а *серый кардинал теории управления*. $H_\times(p_{\omega\times})$ – и объект, и траектория, и РМСАР… Передаточная функция со степенным полиномом p в знаменателе – основа любой задачи. Более чем убедительный аргумент рис. 3, «клонирование» переходной характеристики ММЭМС во времени. Это возможно изменением лишь одного числа, того самого СГК, разумеется γ_i неизменны. Ничего не напоминает? Параллели очевидны, подобное ведь совсем не удивляет на типовых распределениях. Иными словами, принципиально, управление ММЭМС ничем не сложнее «управления» виртуальными фильтрами (Баттерворта в озвученном примере, Бесселя, Грехема-Летропа или любыми др.) того же порядка. Другие γ_i, и только.

Переформулируем исходную задачу, рис. 1 терминами нормированных полиномов $H(p_{\omega\times})$, рис 4. Постановка задачи, условия и озвученный результат прежние, добавим исключительно математической строгости в подтверждение изложенного. Так, объект $H_0(p_{\omega 0})$, траектория $H_\text{ф}(p_{\omega\text{ф}})$ и алгоритм РМСАР $H_\text{р}(p_{\omega\text{р}})$ определены соответствующими динамическими звеньями n-го порядка. Не суть важен даже вид распределения корней в тройке – *любые*, умышленно предопределённые или фактические α_i, β_i и $\gamma_i > 0$. **Вес имеет исключительно геометрическое среднее**: $\omega_\text{ф}$, $\omega_\text{р}$ **и** ω_0 **соответственно**, **3 числа**! $\mu \to \infty$ справедливо на скользящих режимах при движении изображающей точки по заведомо предопределённой $\boldsymbol{\beta}\mathbf{x}' = 0$ гиперповерхности скольжения.

В режиме слежения ПФ $W_{x_n^* \to x_n}(p_{\omega\times})$ по каналу задания $x_n^*(t)$ относительно регулируемой $x_n(t)$ координаты (в режиме стабилизации из топологии исключается лишь фильтр $H_\text{ф}(p_{\omega\text{ф}})$, и/или его свойства дублируются более медленной $\omega_\text{р} \cong \omega_\text{ф}$ РМСАР):

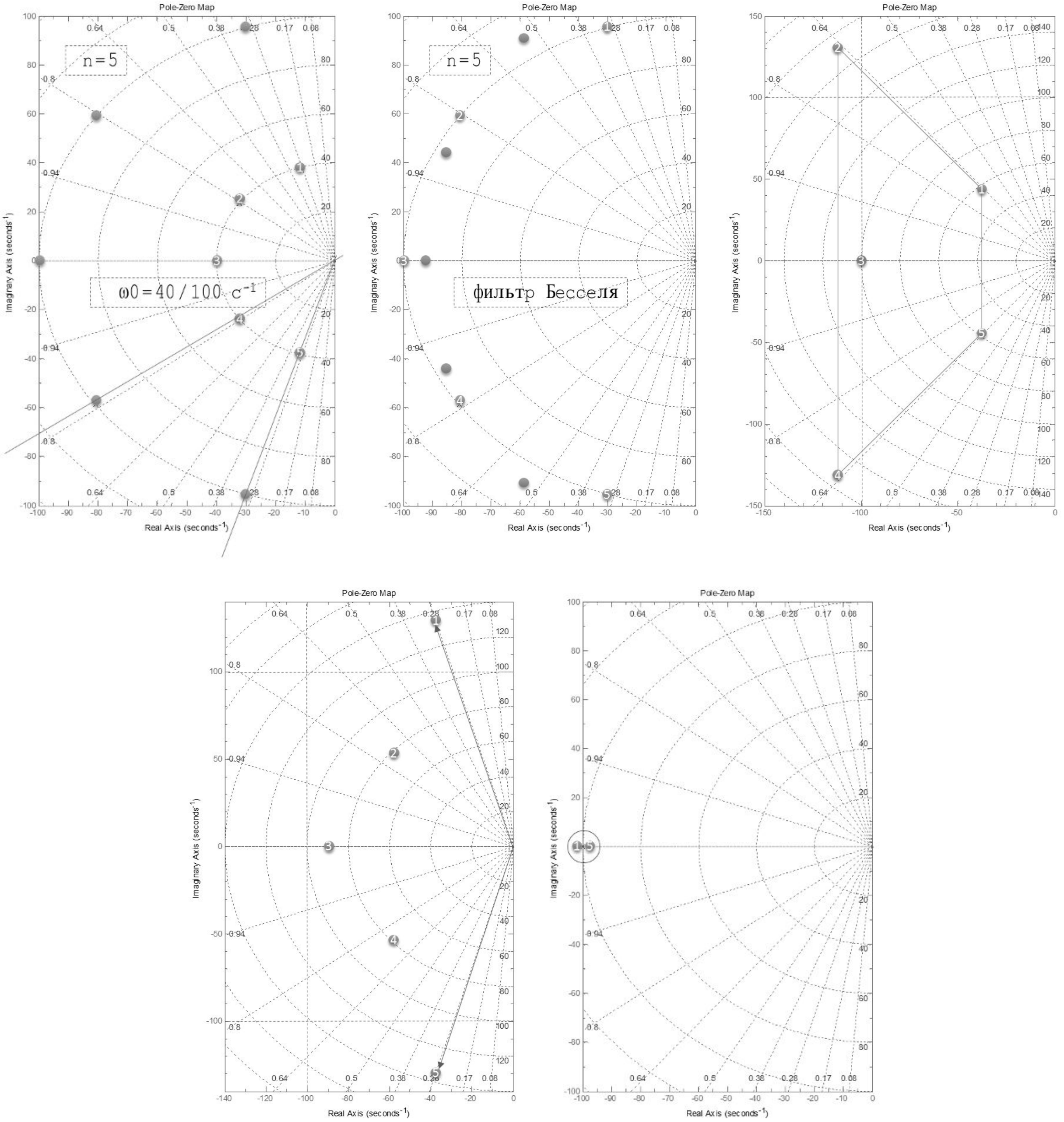


Рис. 5. Графическая интерпретация понятия СГК, $\omega_\times = 100\ рад/с$
(полиномы Баттерворта, Бесселя, МДП, Грехема-Летропа и Ньютона, $n = 5$)

$$
\begin{aligned}
&W_{x_n^* \to x_n}\left(p_{\omega\times}\right) = H_ф\left(p_{\omega ф}\right)\frac{\mu \cdot H_0\left(p_{\omega 0}\right)}{1+\mu \cdot H_0\left(p_{\omega 0}\right)H_р\left(p_{\omega р}\right)k_ф} = H_ф\left(p_{\omega ф}\right)\frac{\cancel{\mu} \cdot H_0\left(p_{\omega 0}\right)}{\cancel{\mu}\left[\underbrace{1/\mu}_{\to 0} + H_0\left(p_{\omega 0}\right)H_р\left(p_{\omega р}\right)k_ф\right]} = \\
&= H_ф\left(p_{\omega ф}\right)\frac{H_0\left(p_{\omega 0}\right)}{H_0\left(p_{\omega 0}\right)H_р\left(p_{\omega р}\right)k_ф} = \frac{\cancel{k_ф}}{p_{\omega ф}^{n}+\alpha_{n-1}p_{\omega ф}^{n-1}+\ldots+\alpha_1 p_{\omega ф}+1} \times \frac{1}{\left(p_{\omega р}^{n-1}+\beta_{n-2}p_{\omega р}^{n-2}+\ldots+\beta_1 p_{\omega р}+1\right)\cancel{k_ф}} = \qquad (2) \\
&= \underbrace{\frac{1}{p_{\omega ф}^{n}+\alpha_{n-1}p_{\omega ф}^{n-1}+\ldots+\alpha_1 p_{\omega ф}+1}}_{\text{НЧ фильтр 1, диктует динамику слежения}} \times \underbrace{\frac{1}{p_{\omega р}^{n-1}+\beta_{n-2}p_{\omega р}^{n-2}+\ldots+\beta_1 p_{\omega р}+1}}_{\text{НЧ фильтр 2 (безусловно, оправдано стремление свести знаменатель к 1, исключая влияние РМСАР на динамику слежения, выбирая } \omega_р \gg \omega_ф)} \equiv H_ф\left(p_{\omega ф}\right)\times 1/H_р\left(p_{\omega р}\right).
\end{aligned}
$$

Интересный факт, сумма производных до $n-1$-го порядка включительно алгоритма управления $H_р(p_{ωр})$ РМСАР в конечном итоге трансформируется в прямо противоположное $1/H_р(p_{ωр})$ – НЧ фильтр того же порядка. Безусловно, второй сомножитель не должен искажать динамику слежения за $H_ф(p_{ωф})$, и среднегеометрическое следует выбирать $ω_р >> ω_ф$. Будем полагать это условие выполнено, хотя и непринципиально. Отметим, что $α_i$, $β_i$ и СГК фильтра $H_ф(p_{ωф})$ и алгоритма РМСАР $H_р(p_{ωр})$ *уместно выбирать*, предопределяя желаемое $h_{ж}(t)$. В подтверждение два гурвицевых независимых полинома в $W_{x_n^* \to x_n}(p_{ω×})$: $H_ф(p_{ωф})$ и $1/H_р(p_{ωр})$ со свободными $α_i$, $β_i$, решения более чем очевидны. Иные синтетические конструкции «счёта» k_{ij} – наукообразие. Небезынтересен и факт *абсолютной инвариантности* РМСАР в отношении собственно динамики и параметров объекта $H_0(p_{ω0})$. Ценой же чего такая идиллия? И даже банальное сокращение дроби $H_0(p_{ω0})/H_0(p_{ω0})$ во второй строке $W_{x_n^* \to x_n}(p_ω)$ вовсе не поясняет сути, напротив. Что прячется за ширмой скольжения и $μ \to ∞$?

Определим ПФ $W_{x_n^* \to u_y}(p_{ω×})$ по каналу задания $x_n^*(t)$ относительно управления $u_y(t)$ (3).

Сущность происходящего – алгоритм управления $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}'$ генерирует АНТИОБЪЕКТ! Антиобъект $1/H_0(p_{ω0})$ генерируется непрерывно и для *любого возмущённого объекта* $+ζ(t)$, $\mathbf{A} \pm Δ\mathbf{A}$. Очевидно, динамика слежения x_n^* определяется исключительно вторым сомножителем в $W_{x_n^* \to u_y}(p_ω)$. Антиобъект $1/H_0(p_{ω0})$, аннигиляция $H_0(p_{ω0})/H_0(p_{ω0}) \to 1$ в $W_{x_n^* \to x_n}(p_{ω×})$ и лишь после – размещение предписанных полюсов p_i^* в $H_р(p_{ωр})$ и желаемая динамика управляемого объекта $H_0(p_{ω0})$ за ширмой скольжения. Уместен и термин «почти антиобъект» в иных законах с $μ \ne ∞$, когда $1/μ \to 0$ лишь условно.

Полученное поясняет процессы, представленные ранее на рис. 2. Здесь и далее речь исключительно о т.н. эквивалентном $u_{экв}$ линейном управлении. В реальности же униполярный сигнал $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}'$ с теоретически бесконечной частотой «модулирует» его на скользящих режимах. Нас будет интересовать именно верхняя грань всплесков $u_{экв}$, как основание для выбора амплитуд $|\pm U_{\max}| \ge \|u_{экв}\|$ разрывных управлений. Жирной линией выделен случай умышленного пренебрежения в $W_{x_n^* \to u_y}(p_ω)$ динамикой алгоритма $1/H_р(p_{ωр})$, собственно, оранжевая точка и будет тем самым основанием. Поиск зелёной точки более сложная задача, и, по большому счёту, не имеет смысла, поскольку выбранный по оранжевой запас $\pm U_{\max}$ её перекрывает. И очевидно, «сдерживаемый фильтром» $1/H_р(p_{ωр})$ процесс $W_{x_n^* \to u_y}(p_{ω×})$ так или иначе стремится повторить вымышленный «нефильтрованный» при неучёте динамики $1/H_р(p_{ωр})$ здесь же, в особенности, если предопределено условие качественного слежения $x_n \to x_n^*$: $ω_р >> ω_ф$, как отмечено выше.

$$\left[\begin{aligned}
&W_{x_n^* \to u_y}(p_{ω×}) = H_ф(p_{ωф})\frac{μ}{1+μ\cdot H_0(p_{ω0})H_р(p_{ωр})k_ф} = \\
&= H_ф(p_{ωф})\frac{\cancel{μ}}{\cancel{μ}\left[\underbrace{1/μ}_{\to 0} + H_0(p_{ω0})H_р(p_{ωр})k_ф\right]} = H_ф(p_{ωф})\frac{1}{H_0(p_{ω0})H_р(p_{ωр})k_ф} = \\
&= \boxed{\frac{k_ф}{p_{ωф}^n + α_{n-1}p_{ωф}^{n-1} + \ldots + α_1 p_{ωф} + 1}} \times \frac{1}{\dfrac{k_0}{p_{ω0}^n + γ_{n-1}p_{ω0}^{n-1} + \ldots + γ_1 p_{ω0} + 1}\left(p_{ωр}^{n-1} + β_{n-2}p_{ωр}^{n-2} + \ldots + β_1 p_{ωр} + 1\right)k_ф} = \\
&= \underbrace{\frac{p_{ω0}^n + γ_{n-1}p_{ω0}^{n-1} + \ldots + γ_1 p_{ω0} + 1}{k_0}}_{1/H_0(p_{ω0})\ -\ \textit{антиобъект!}} \times \underbrace{\frac{\boxed{H_ф(p_{ωф})}/k_ф}{p_{ωр}^{n-1} + β_{n-2}p_{ωр}^{n-2} + \ldots + β_1 p_{ωр} + 1}}_{\cong 1}.
\end{aligned}\right. \quad (3)$$

Динамика управлений при наличии фильтра $H_{ф}\left(p_{\omega ф}\right)$ на входе РМСАР подчинена соотношению:

$$W_{x_n^*\to u_y}\left(p_{\omega\times}\right)=\underbrace{\frac{\boxed{p_{\omega 0}^{n}}+\gamma_{n-1}p_{\omega 0}^{n-1}+\ldots+\gamma_1 p_{\omega 0}+1}{\boxed{p_{\omega ф}^{n}}+\alpha_{n-1}p_{\omega ф}^{n-1}+\ldots+\alpha_1 p_{\omega ф}+1}}_{\text{и даже с НЧ фильтром } n\text{-го порядка на входе множитель остаётся \textit{форсирующим}!}}\times$$

$$\times\underbrace{\frac{1/k_0}{p_{\omega р}^{n-1}+\beta_{n-2}p_{\omega р}^{n-2}+\ldots+\beta_1 p_{\omega р}+1}}_{\cong 1 \text{ при } \omega_р \gg \omega_0,\,\omega_ф}. \qquad (4)$$

Откуда с учётом $\left\langle p_{\omega\times}=p/\omega_{\times}\right\rangle$ в момент начала движения ордината оранжевой точки (всплеск управлений $\left\|u_{экв}\right\|$) однозначно определяется отношением коэффициентов при старших производных p:

$$\left.W_{x_n^*\to u_y}\left(p\right)\right|_{t=0+}\equiv\left(\frac{\omega_ф}{\omega_0}\right)^{n}\frac{1}{k_0}, \qquad (5)$$

и есть, собственно, *решением поставленной задачи*. Амплитуда управлений в начальный момент времени $t\to 0+$ при $\omega_ф>\omega_0$ (уместен термин «быстрые фильтры») возрастает до немыслимых $\left\|u_{экв}\right\|=10^{7}$ величин, рис. 2. Очевидно, при задающем воздействии $x_n^*>1$, всплеск в x_n^* раз больший!

Условие $\omega_ф>\omega_0$ уместно называть *барьером*, а (5) *потенциалом* Полилова-Мотченко. Зависимость $\approx\left(\omega_ф/\omega_0\right)^{n}$ подобна «энергетической константе» и едина в любых законах управления. Интересна графическая интерпретация результата, рис. 6. Независимо *на сколько* разнесены среднегеометрические $\omega_ф>\omega_0$ ведущего и ведомого, будь то $\Delta=+9$, $+90$ или $+900$ рад/с барьер, и не суть важна́ даже геометрия распределения корней в 3-х полиномах ПФ $W_{x_n^*\to u_y}\left(p_{\omega\times}\right)$, в каждом она усреднена собственным СГК – *всплеск управлений* $\left\|u_{экв}\right\|$ *одинаков, и подчинён лишь их отношению* $\approx\left(\omega_ф/\omega_0\right)^{n}$. Преодолеть в десятки, сотни раз бо́льшие барьеры Δ_i одним и тем же потенциалом?! по всей видимости, уместно говорить о мере «энергетической заряженности» самих объектов $H_0\left(p_{\omega 0}\right)$ на различных СГК $\omega_{0j}>\omega_{0k}$, подобно орбитам в Боровской модели атома. Также примечательно и, что при прочих равных $\omega_ф/\omega_0$ – дополнительные, например, два корня в объекте, и всплеск $\left\|u_{экв}\right\|$ в $t\to 0+$ уже на два порядка больший.

Становится очевидной значимость НЧ фильтра $H_{ф}\left(p_{\omega ф}\right)$ в канале задающего воздействия x_n^*. **Его миссия – погасить доминирующие форсирующие свойства ПФ замкнутого контура по управлению** $W_{x_n^*\to u_y}\left(p_{\omega}\right)$, сумма производных «антиобъекта» $1/H_0\left(p_{\omega 0}\right)$ до n-го порядка включительно, устремляют управления u_y в бесконечность на заданиях x_n^* с быстрыми фронтами, что конечно же нереализуемо. Даже на малых полосах $\omega_р$ пропускания РМСАР, соизмеримых с полосой пропускания объекта ω_0 *случай, когда ярко проявляются фильтрующие свойства сомножителя $1/H_р\left(p_{\omega р}\right)$, для исключения развала системы – в канале задающих воздействий необходим простейший интеграл (классический ЗИ) и/или апериодическое звено, чтоб хотя бы уравнять порядки полиномов числителя и знаменателя ПФ:

$$W_{x_n^*\to u_y}\left(p_{\omega\times}\right)=\underbrace{\left[\frac{p_{\omega 0}^{n}+\gamma_{n-1}p_{\omega 0}^{n-1}+\ldots+\gamma_1 p_{\omega 0}+1}{k_0}\right]}_{\text{ПФ, обратная объекту управления теперь -\textit{форсирующая}!}}\times$$

$$\times\underbrace{\frac{1}{p_{\omega р}^{\boxed{n-1}}+\beta_{n-2}p_{\omega р}^{n-2}+\ldots+\beta_1 p_{\omega р}+1}}_{^{*}\text{НЧ фильтр } n\text{-1 порядка, при } \omega_р \gg \omega_0}\times\underbrace{\left(\frac{k_и}{p}\right)}_{\text{линейный интегральный ЗИ}}= \qquad (6)$$

$$=\frac{\boxed{p_{\omega 0}^{n}}+\gamma_{n-1}p_{\omega 0}^{n-1}+\ldots+\gamma_1 p_{\omega 0}+1}{\boxed{p\cdot p_{\omega р}^{n-1}}+\beta_{n-2}p\cdot p_{\omega р}^{n-2}+\ldots+\beta_1 p\cdot p_{\omega р}+p}\times\frac{k_и}{k_0},$$

откуда с учётом $\left\langle p_{\omega\times}=p/\omega_{\times}\right\rangle$ в момент начала движения $t\to 0+$ всплеск управлений однозначно определяется отношением коэффициентов при старших производных p:

$$\left.W_{x_n^*\to u_y}\left(p\right)\right|_{t=0+}\equiv\left(\frac{\omega_р}{\omega_0}\right)^{n}\frac{1}{\omega_р}\times\frac{k_и}{k_0}. \qquad (7)$$

Амплитуда управлений в начальный момент времени $t\to 0+$ при $\omega_р>\omega_0$ так же возрастает до немыслимых $\left\|u_{экв}\right\|=10^{6}$ величин, несмотря на линейный и заведомо медленный темп ЗИ с $k_и=1В/1с$ для ровного счёта. Амплитуда задающих воздействий $x_n^*>1$ на всплеск в $t\to 0+$ не влияет, поскольку состояние доминирующего интеграла $k_и/p$ невозможно изменить мгновенно.

Условие $\omega_{ф(р)}<\omega_0$, согласно (5) является гарантированным решением задачи невозникновения колебаний в ММЭМС, с любыми законами управления. Речь о реализации т.н. безударной, «мягкой» траектории в канале задающего воздействия x^*. Задача исчерпывающе решаема в рамках простейшего модального управления $\mathbf{u}=\mathbf{Kx}$. Для пущей убедительности, это же условие безупречно работает в ММЭМС и вовсе без законов управлений, топология Ф-ММЭМС. Очевидно, феномен всплеска непрогнозируем и гарантирован в немодальных алгоритмах, где нет явных «инструментов» загрубления и воздействия на СГК $\omega_р$ замкнутого контура.

Впрочем, и этот пустяк с лёгкостью ведь «поглощает» припрятанный со времён симметричного оптимума фильтр, $1/4T_{\mu}$ … А как же дерзкие порывы $\omega_ф > \omega_0$ и эпитеты, сродни «высокодинамичный», «быстродействующий» и пр.? Бесспорно, и они имеют право на существование, амплитуды управлений $\|u_{экв}\|$ подобны пушечному выстрелу, только то и всего. Эйфория, испытываемая в кажущемся удачном управлении ММЭМС, и, как следствие, громкие слова о гашении колебаний, уникальных методах счёта $\mathbf{K}$, как правило, следствие заблуждения и неумышленной подмены понятий в причинно-следственных связях. $\approx\left(\omega_ф / \omega_0\right)^n$: барьер → потенциал → антиобъект → феномен всплеска. Иное иллюзии.

$\omega_ф > \omega_0$, $\Delta = +900$ рад/с

–*барьер* Полилова-Мотченко

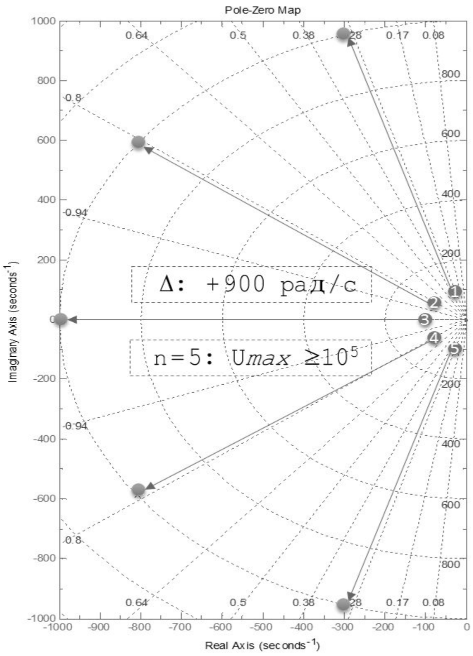
– – – – – – – – – – – – – – –

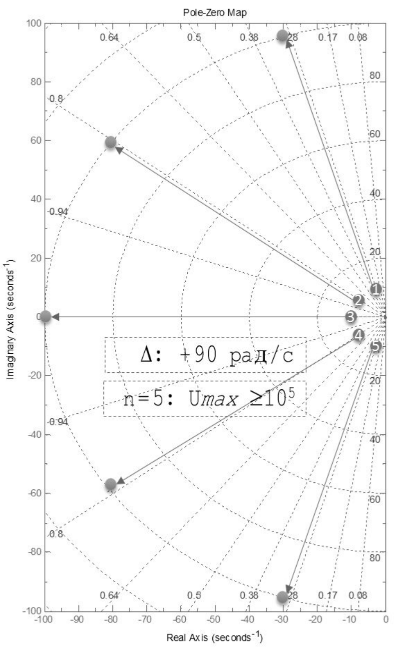
$$\boxed{U_{max} \ge \left(\frac{\omega_ф}{\omega_0}\right)^n \frac{1}{k_0} x_n^*}$$

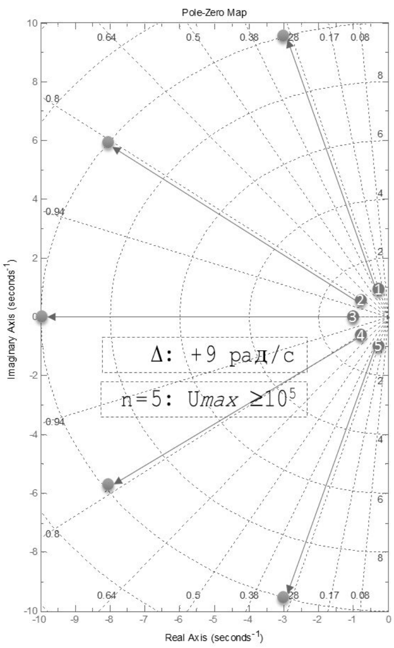
–*потенциал* Полилова-Мотченко

* *

ЛЮБАЯ ТОПОЛОГИЯ КОРНЕЙ,
И ИХ КОМБИНАЦИИ В ФИЛЬТР/ОУ,
ЛЮБЫЕ АЛГОРИТМЫ СИНТЕЗА,
В ТОМ ЧИСЛЕ НЕМОДАЛЬНЫЕ!







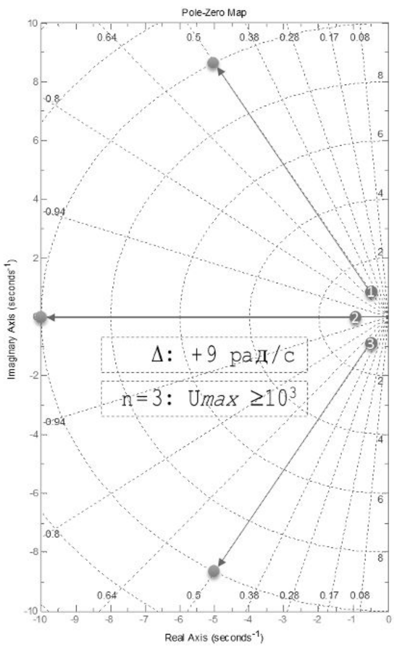


Рис. 6. Графическая интерпретация феномена всплеска
(вес имеет исключительно отношение *геометрических средних* $\omega_ф / \omega_0$ или $\omega_р / \omega_0$,
не суть важно даже расположение корней как таковое, здесь по Баттерворту)

Очевидны 8 новых *стратегий управления* [10]:

с.1 – стратегия «мягких» траекторий и умышленного загрубления полосы $\omega_\phi \le \omega_0$ пропускания входного НЧ фильтра;

с.2 – стратегия нивелирования форсирующих свойств ПФ по управлению $W_{x_n^* \to u_y}\left(p_{\omega\times}\right)$ увеличением порядка $n_\phi > n_0$ входного НЧ фильтра;

с.3 – стратегия загрубления полосы ω_p пропускания замкнутого контура, задаваемой полиномом $H_{\rm p}\left(p_{\omega\rm p}\right)$ алгоритма управления;

с.4 – дробление объекта на малые подсистемы 1-2 порядков и обеспечение вложенности локальных контуров регулирования (идеология систем подчинённого регулирования, с целью разграничения контурных быстродействий);

с.5 – стратегия непротивления действию возмущений $\zeta(t)$;

с.6 – стратегия разделения задач слежения задающих воздействий $\mathbf{x}^*(t)$ и «мягкой» компенсации внешних возмущений $\zeta(t)$ независимыми подсистемами, т.н. «тандем» управлений;

с.7 – адаптация эталонной модели к процессам флуктуации во времени $\Delta\mathbf{A}(t)$, $\Delta\mathbf{b}(t)$ и/или имеющейся параметрической неопределённости;

с.8 – техника инвариантных эллипсоидов [9].

Робастность – миф? Небезынтересно и решение задачи оценки робастности известных алгоритмов управлений терминами полученных выше аналитических зависимостей $W_{x_n^* \to u_y}\left(p\right)\Big|_{t=0+}$ единственным критерием *невозникновения всплеска* фазовых координат. Так, в озвученном примере, даже на соотношениях $\omega_\phi / \omega_0 = 2:1$ – всемогущество $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}'$ (как, впрочем, и любых других $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$) в отношении параметрических $\mathbf{A} \pm \Delta\mathbf{A}$? вызывает, по меньшей мере умиление. Не говоря о более дерзких порывах и эпитетах, сродни «*высоко*динамичный», «инвариантный» и пр. Кратные вариации $k\mathbf{A}$ и $\mathbf{A}/k$ матрицы динамики $\mathbf{A}$, несмотря на кажущуюся синтетичность, весьма показательны в теоретическом плане, табл. 1 и приводят к пропорциональному же в k раз изменению СГК $k\omega_0$ и ω_0/k объекта – в этом легко убедиться, используя средства MATLAB. Что в свою очередь, вспоминая $u \approx \left(\omega_\phi / \omega_0\right)^n$, и вовсе не оставляет ни малейшего шанса на иллюзии в $W_{x_n^* \to x_n}\left(p_{\omega\times}\right)$, как псевдотолкования абсолютной инвариантности САР в отношении собственно динамики и параметров объекта $H_0\left(p_{\omega 0}\right)$. **Кажущаяся идиллия «робастности» непомерно дорога в реализации**! Всплеск управлений $\left\|u_{экв}\right\|$ в k^n раз больший для $\mathbf{A}/k$, только то и всего… Безусловно, увеличение $k\mathbf{A}$ – по зубам, и даже банальному $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$ с модальным $\mathbf{K}$, тогда как об $\mathbf{A}/k$ уместно говорить лишь в случае $\omega_{\phi(\rm p)} / \omega_0 << 1$, но и ведь это ж под силу тому самому $\mathbf{u} = \mathbf{Kx}$, при прочих равных. Принимать ли робастность как постулат? в названии известных методов счёта $\mathbf{K}$? Следует признать лучшим толкованием тех результатов – лишь непомерное загрубление полосы пропускания $\omega_{\rm p}$ системы $W_{x_n^* \to x_n}\left(p_{\omega\times}\right)$, и зачастую вне ведома разработчика. С таким же успехом этот псевдо- триумф куда проще б можно умышленно дублировать или даже «превзойти» классическими модальными $\mathbf{K}$ с ещё меньшей полосой $\omega_{\phi(\rm p)}$.

Параметрические $\mathbf{A} \pm \Delta\mathbf{A}$ вводят в заблуждение о неизменности СГК законов управлений в неадаптивных САР с $\mathbf{K} = const$. Отнюдь, это не так. На деле любые изменения матрицы $\mathbf{A}$ динамики объекта приводят не только к пропорциональному же в k раз изменению СГК $k\omega_0$ и ω_0/k объекта, о чём упоминалось выше, но и СГК $\omega_{\rm p} \pm \Delta\omega_{\rm p}$, заявленного в законе управления. За исключением, быть может, класса релейных $u^* = -\operatorname{sgn}\mathbf{Kx}'$, реализованных в фазовом пространстве канонических координат $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ (т.н. каноническая форма управляемости) с абсолютной инвариантностью РМСАР в отношении собственно динамики и параметров объекта $H_0\left(p_{\omega 0}\right)$ при непревышении выбранного/имеющегося потенциала $\pm U_{\max}$, и класса адаптивных САР с умышленно перестраиваемыми $\mathbf{K} \ne const \equiv f\left(\mathbf{A} \pm \Delta\mathbf{A}\right)$ для удержания неизменным $\omega_{\rm p} \equiv const$ заявленного СГК. В подтверждение сказанного уместно упомянуть лишь сам факт обилия методов счёта коэффициентов $\mathbf{K}$, а условие $\mathbf{A} \pm \Delta\mathbf{A} \equiv \mathbf{A}'$ и вовсе ведь можно полагать расчётным номиналом? Очевидно, числа в $\mathbf{K}_\mathbf{A}$, $\mathbf{K}_{\mathbf{A}-\Delta\mathbf{A}}$ и $\mathbf{K}_{\mathbf{A}+\Delta\mathbf{A}}$ различны всех трёх проб пересчёта с единым предписанным СГК. Справедливо и обратное, если не перестраивать коэффициенты $\mathbf{K}_\mathbf{A} \equiv \mathbf{K}_{\mathbf{A}\pm\Delta\mathbf{A}}$, СГК одинаковыми оставаться не могут. Что, собственно, и требовалось показать. Иными словами, любые вариации $k\mathbf{A} \ldots \mathbf{A}/k$ матрицы динамики *гарантировано ведут* к невыполнению $\omega_{\rm p} \pm \Delta\omega_{\rm p}$ предписанных СГК, и для объективной оценки робастности различных законов управления необходимо учитывать этот факт, например, перестраивая $\mathbf{K}$ под те самые, синтетические $\mathbf{A}$, $\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}$ и $\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}$. Пусть сугубо теоретически с миссией объективного заполнения лишь одной/двух ячеек обобщающей таблицы, иначе самопроизвольное и неучтённое изменение СГК в k-раз, попросту *исключает равные условия*, переполняя соискателя лжеоптимизмом. Меньшая в k-раз полоса $\omega_{\rm p} \pm \Delta\omega_{\rm p}$ замкнутого контура в нарушение условия качественного слежения $\omega_{\rm p} >> \omega_\phi$, сомножителем в $W_{x_n^* \to u_y}\left(p_{\omega\times}\right)$ «подфильтровывает» больший в k^n раз всплеск управлений $\left\|u_{экв}\right\|$ на вариации $\mathbf{A}/k$, оставляя призрачные надежды на чудо.

1. К оценке робастности

n=7, k0=1; ωф=2*ω0 –быстрый фильтр, x*=1			
объект	2A	A*	A/2
СГК ОУ	2×ω0	ω0	ω0/2
барьер	Δ↓=0	Δ=+ω0	Δ↑=1,5Δ
потенциал	1	2^7=128	4^7=16384
Откуда у САР такой потенциал?? А более быстрые фильтры?			128×128 u→∞?
*номинал			

Робастнее робастного ценой невыполнения $\omega_р \pm \Delta\omega_р$ предписанного $\omega_р$? Такие постулаты можно ведь и вовсе довести до абсурда, положив $\omega_{ф(р)} \cong 0 \ldots$ Подобное и, как правило, скрыто за ширмой немодальных законов. И об этом не говорить? Пустая трата времени в поисках лучшего! Рассмотренная РМСАР с алгоритмом $u^* = -\operatorname{sgn} \mathbf{K}\mathbf{x}'$, реализованным в фазовом пространстве канонических координат $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$, даже в представленном виде – *непревзойдённое решение*, которое может быть лишь теоретически досягаемо иными известными законами управления, например, адаптацией $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}$ и умышленно перестраиваемыми $\mathbf{K} \neq const \equiv f(\mathbf{A} \pm \Delta\mathbf{A})$ с целью удержания неизменным $\omega_р \equiv const$ заявленного СГК. А интегрируя его в стратегию с.6, с добавлением с.1, с.7, с.8… и вовсе делает результирующую систему *флагманом* теории управления. Следует отметить чрезвычайную простоту реализации РМСАР в эталонной модели тандема, несмотря на линейную комбинацию высших производных алгоритма, вплоть до $n-1$-го порядка, они виртуальны.

Идентификация ω×. Практическая ценность аналитических зависимостей (5), (7) в полной мере раскрывается в случае экспериментального определения СГК. Задача в динамических системах *любой сложности* чрезвычайно просто решается идентификацией ПФ вход-выход. И не суть важны даже методы получения ПФ как таковые, используемые массивы данных, инструментальные средства и пр. Задача нами успешно решена вычислительным потенциалом искусственных нейронных сетей и реализована в ядре ARM Cortex в реальном времени, для ориентира. Очевидно, вес имеет лишь одно число σ_n – коэффициент старшей степени p полинома в знаменателе идентифицированной ПФ:

$$H(p_{\omega\times}) = \frac{A(p_{\omega\times})}{\underbrace{\boxed{p_{\omega\times}^n} + \gamma_{n-1}p_{\omega\times}^{n-1} + \ldots + \gamma_1 p_{\omega\times} + 1}_{\text{нормированный полином}}} \equiv$$

$$\equiv \frac{A(p_{\omega\times})}{\underbrace{\boxed{\sigma_n p^n} + \sigma_{n-1}p^{n-1} + \ldots + \sigma_1 p + 1}_{\text{уже идентифицированная ПФ}}},$$

откуда с учётом $\langle p_{\omega\times} = p/\omega_\times \rangle$: $\omega_\times = \sqrt[n]{1/\sigma_n}$.

Выводы. Терминами барьер, потенциал и антиобъект впервые геометрически обоснован т.н. феномен всплеска фазовых координат $\mathbf{x}$ в управлении динамическими системами. С единой позиции теории линейных систем представлено решение задачи прогноза амплитуд управлений $\mathbf{u}$ любой динамической системы известными законами управления для режимов слежения и стабилизации.

Создан модуль идентификации и экспериментального определения СГК динамических систем любой сложности в реальном времени. 3 числа геометрических средних $\omega_ф$, $\omega_р$ и ω_0 предопределяют решение *любой задачи* теории управления. Уместно говорить о мере «энергетической заряженности» ведомого/ведущего: траектории слежения и эталонной модели $H_ф(p_{\omega ф})$, динамических объектов $H_0(p_{\omega 0})$ как таковых, и замкнутой системы $1/H_р(p_{\omega р})$ в целом на различных СГК $\omega_{\times j} > \omega_{\times k}$, подобно орбитам в Боровской модели атома.

Факт невозникновения всплеска положен в основу критерия оценки грубости/робастности систем, а также предложенных новых стратегий качественного управления динамическими системами. Соотношение $\approx (\omega_{ф(р)}/\omega_0)^n$ как экспресс-тест может стать и достоверным *индикатором реализуемости* известных законов управления. Потенциально счёт коэффициентов $\mathbf{K}$ любыми иными немодальными методами? лишь известит о наличии/отсутствии всплеска. Безусловно, уместнее не ждать чуда, а умышленно точечно предопределять СГК, иное попросту недостижимо.

Подобные зависимости получены и относительно канала возмущений $\zeta(t)$, отметим лишь – задачу ограничения всплеска $W_{\zeta\to u_y}(p_{\omega\times})$ уместно решать в топологии т.н. тандема управлений независимо от канала задания $\mathbf{x}^*(t)$, и она исчерпывающе решаема техникой инвариантных эллипсоидов для наихудшего случая и подавления *неслучайных* ограниченных возмущений $\zeta(t)$ в классе т.н. ℓ_1-оптимизации.

В управлении ММЭМС – даже теоретически исключены факты мгновенного изменения момента упругого (M_{ij} – есть интеграл разности смежных скоростей). Скорости масс, как физические величины, сами по себе также неизменимы мгновенно. Творцом Вселенной в физику формирования моментов упругих M_{ij} в ММЭМС вложены «мягкие» траектории. Более того, смыкание/размыкание зазора φ_0 кратковременно, и имеет место лишь на скоростях, близких нулю. В уже разогнанной ММЭМС это неактуально, в силу инерционности смежных масс. Предложенные стратегии нивелирования действия внешних воздействий ζ, наихудший случай как функции Хевисайда, и подавно погасят проблемы с зазорами φ_0 и гладкими моментами упругими M_{ij}, как равноправных слагаемых на тех же сумматорах в местах приложения M_{ci}.

Список использованной литературы

1. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник: в 5-и тт. ; 2-е изд., перераб. и доп. Т. 3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 616 с.; ил.

2. Егупов Н. Д. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / Под ред. Н. Д. Егупова; издание 2-ое, стереотипное. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с., ил.

3. Баландин Д. В. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств / Д. В. Баландин, М. М. Коган. – М. : Физматлит, 2007. – 280 с.

4. Boyd S., El Ghaoui L., Ferron E., and Balakrishnan V., (1994), Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Philadelphia, *SIAM*.

5. Зеленов А. Б Синтез та цифрове моделювання систем управління електроприводів постійного струму з електромашинними, електромагнітними та імпульсними перетворювачами: навч. посібн. / [Зеленов А. Б. та ін.] – Алчевськ : ДонДТУ, 2007. – 373 с.

6. Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина : под ред. А. В. Садового. – К. : ИСИМО, 1996. – 298 с.

7. Полилов Е. В. Выбор характеристического полинома и исследование влияния величины среднегеометрического корня на свойства многомассовой электромеханической системы с релейно-модальным управлением [Текст] / Е. В. Полилов и др. // «ЕЛЕКТРОІНФОРМ». – Львів : ЕКОінформ, 2009. – С. 50 – 58.

8. Полилов Е. В. К вопросу выбора гиперповерхностей скольжения в релейных системах [Текст] / Е. В. Полилов, А. М. Батрак // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського – Кременчук : КрНУ, 2012. – Вип. 3/2012 (19), частина 3. – С. 61 – 67.

9. Назин С. А. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов [Текст] / С. А. Назин, Б. Т. Поляк, М. В Топунов // АиТ. – 2007. – № 3. – С. 106 – 125.

10. Полилов Е. В. Стратегии качественного управления многомассовыми электромеханическими системами [Текст] / Е. В. Полилов и др. // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Харьков : НТУ «ХПІ». – 2013. – № 36(1009). – С. 86 – 96.

Получено 18.07.2014

References

1. Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. T.3: Sintez regulyatorov sistem avtomaticheskogo upravleniya [Methods of Classical and Modern Control theory], (2004), Moscow, Russian Federation, *BMSTU Publ.*, 616 p. (In Russian).

2. Metody robastnogo, neiro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya [Methods of Robust, Neural-Fuzzy and Adaptive Control], (2002), Moscow, Russian Federation, *BMSTU Publ.*, 744 p. (In Russian).

3. Balandin D. V. Sintez zakonov upravleniya na osnove lineinykh matrichnykh neravenstv [Synthesis of Control Laws Based on Linear Matrix Inequalities], (2007), Moscow, Russian Federation, *Fizmatlit Publ.*, 280 p. (In Russian).

4. Boyd S., El Ghaoui L., Ferron E., and Balakrishnan V., (1994). Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Philadelphia: *SIAM*.

5. Zelenov A.B., etc. Syntez ta tsyfrove modelyuvannya system uprav-linnya elektropryvodiv postiynoho strumu z elektro-mashynnymy, elektromahnitnymy ta impul'snymy pere-tvoryuvachamy: Navch. posibn. [Synthesis and Digital Modeling of Control Systems of Electric Drives of Constant Current with Electromashine, Electromagnetic and Pulse Converters], (2007), Alchevsk, Ukraine, *DonSTU Publ.*, 337 p. (In Ukraine).

6. Sadovoy A.V., etc. Sistemy optimal'nogo upravleniya pretsizionnymi elektroprivodami [Systems of Optimum Control of Precision Electric Drives], (1996), Kiev, Ukraine, *ISIMO Publ.*, 298 p. (In Russian).

7. Polilov E.V., etc. Vybor kharakteristicheskogo polinoma i issledovanie vliyaniya velichiny srednegeometricheskogo kornya na svoistva mnogomassovoi elektromekhanicheskoi sistemy s releino-modal'nym upravleniem [The Choice of the Characteristic Polynom and the Study of the Effect Size of a Compound Root on the Properties of Multimass Electromechanical System with Relay-Modal Control], (2009), *ELECTROINFORM Publ.*, Lviv, Ukraine, pp. 50 – 58 (In Russian).

8. Polilov E.V., and Batrak A M. K voprosu vybora giperpoverkh-nostei skol'zheniya v releinykh sistemakh [To the Matter of the Choice of Sliding Hyper-Surfaces in Relay-Type Systems], (2012), *Visnyk Kremenchuc'kogo Nacional'nogo Universytetu imeni Myhajla Ostrograds'kogo Publ.*, Kremenchuk, Ukraine, Vol. 3/2012 (19), Part 3, pp. 61 – 67 (In Russian).

9. Nazin S.A., etc. Podavlenie ogranichennykh vneshnikh vozmushchenii s pomoshch'yu metoda invariantnykh ellipsoidov [Rejection of Bounded Exogenous Disturbances by the Method of Invariant Ellipsoids], 2007, *Avtomatika i Telemekhanika Publ.*, Moscow, Russian Federation, No. 3, pp. 106 – 125. (In Russian).

10. Polilov E.V., ect. Strategii kachestvennogo upravleniya mnogomassovymi elektromekhanicheskimi sistemami [Strategies of Qualitative Control of Multimass Electromechanical Systems], (2013), *Visnyk Nacional'nogo Tehnichnogo Universytetu "HPI" Publ.*, Kharkov, Ukraine, Vol. 36(1009). – pp. 86 – 96 (In Russian).

Полилов
Егор Владимирович, канд. техн. наук, доц. каф. АЭМС им. проф. Зеленова А.Б. ДонГТУ (г. Алчевск).
Тел.: (095) 808-29-15,
e-mail:
egor.polilov@gmail.com