УДК 519.81
Ю. И. Рындин,
А. А. Левченко, канд. техн. наук, доцент
Ю. А. Максименко,
И. А. Шумков

ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАЗВЕДЫВАТЕЛЬНОГО ЗАДАНИЯ РАЗВЕДЫВАТЕЛЬНЫМ ОРГАНОМ НА БРМ

Аннотация. *В статье приведено формирование целевой функции выполнения разведывательной задачи органом разведки на боевых разведывательных машинах. Предложена модель прогнозирования полезности и риска решений, принимаемых в условиях боевого противоборства. С помощью предложенной модели возможно оценить уровень полезности и риска во время принятия решения по выполнению разведывательных заданий органами разведки в разных условиях обстановки.*
Ключевые слова: *модель прогнозирования, принятие решения, полезность и риск, орган разведки, анализ функций.*

Ю. І. Риндін,
А. О. Левченко, канд. техн. наук, доцент
Ю. А. Максименко,
І. А. Шумков

ФОРМУВАННЯ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ ВИКОНАННЯ РОЗВІДУВАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ РОЗВІДУВАЛЬНИМ ОРГАНОМ НА БРМ

Анотація. *В статті наведено формування цільової функції виконання розвідувального завдання органом розвідки на бойових розвідувальних машинах. Запропоновано модель прогнозування корисності та ризику рішень, які приймаються в умовах бойового протиборства. За допомогою запропонованої моделі можливо оцінювати рівень корисності та ризику під час прийняття рішення по виконанню розвідувальних завдань органами розвідки в різних умовах обстановки.*
Ключові слова*: модель прогнозування, прийняття рішення, корисність та ризик, орган розвідки, аналіз функцій.*

Yu. I. Ryndin
A. A. Levchenko, PhD, Ass. professor
Yu. A. Maksymenko
I. A. Shumkov

THE TARGET FUNCTION OF CARRYING OUT RECONNAISSANCE MISSIONS BY A RECONNAISSANCE UNIT MOUNTED ON RECONNAISSANCE AND SCOUT VEHICLES.

Abstract. *In this thesis the target function of carrying out reconnaissance missions by a reconnaissance unit mounted on reconnaissance and scout vehicles is researched. A model for predicting efficiency and risk of decisions made in the conditions of combat engagement. By the proposed model it is possible to asses efficiency and risk of the decision on implementing missions by the reconnaissance unit in the different types of situations.*

Key words: *prediction model, decision making, efficiency and risk, reconnaissance unit, function analysis.*

Введение

Полезность и риск принимаемых решений, естественно, всегда носят случайный характер, определяются множеством трудно учитываемых факторов и вполне однозначно связаны с величиной боевых потерь (противника и своих войск), ожидаемых лицом, принимающим решения [1,2].

Объективный прогноз изменить полезности и риска под действием как неслучайных (детерминированных), так и случайных факторов, возможен при условии, что механизм, порождающий эти изменения, практически не изменяется, т.е. является постоянно действующим.

Основой решения задачи прогнозирования, как боевых потерь противника, так и боевых потерь своих войск, является, как известно, функция полезности, адекватно описывающая закономерность изменения положительных и отрицательных результатов (последствий) решения, принятого в условиях бескомпромиссного боевого противоборства [3].

Предлагаемая модель основывается на построении и анализе функции полезности и риска, которая, в отличие от известных [4], более адекватно учитывает одновременное противоборство факторов, способствующих достижению цели боевого противоборства, и факторов, препятствующих достижению этой цели.

Построение функции полезности и риска

Для построения этой функции введем в рассмотрение вспомогательную функцию – вероятность f достижения заданного уровня боевых потерь противника (нанесения противнику потерь) величиной V. При этом в условиях бескомпромиссного противоборства многих факторов вероятность недостижения указанного результата равняется $(1-f)$.

Скорость изменения вероятности $f(V)$, отображающая интенсивность этого изменения в условиях одновременного противодействия различных факторов, естественно пропорциональна произведению указанных вероятностей, взятому с некоторым коэффициентом пропорциональности α. Назовем его показателем разности интенсивностей боевого воздействия противоборствующих сторон одной на другую. В данном случае от интенсивности воздействия своих войск на войска противника вычитается интенсивность воздействия противника на свои войска.

В рассматриваемой ситуации получаем зависимость в виде дифференциального уравнения

$$\frac{df}{dV} = \alpha \cdot f(1-f),\ \alpha > 0,\ 0 < f < 1 \quad (1)$$

Решая (1), например, при начальных условиях $f(V = V_0) = 0{,}5$, т.е. в условиях ситуации, когда ожидаемый успех и поражение – равновероятны, получим интегральную зависимость вероятности успеха от величины потерь противника в виде

$$f(V) = \left\{1 + e^{[-\alpha(V - V_0)]}\right\}^{-1} \quad (2)$$

Преобразуя (2), так чтобы при сдвиге $f(V)$ влево по оси V на величину $V = V_0 \ldots$ полученная после преобразования функция $\varphi(\alpha, V)$ имела смысл функции полезности принятого решения для $V > 0$, получим, что ожидаемые потери противника лицо, принимающее решение (ЛПР), оценивает величиной $V > 0$. При этом, для $V < 0$, эта же функция приобретает смысл функции риска принимаемого решения (для $V < 0$ функция $\varphi(\alpha, V)$ – отрицательна, величина $|V|$ соответствует ожидаемым потерям своих войск).

Обобщенная функция полезности, полученная, например, в виде нечетной функции от уровня потерь, ожидаемых ЛПР отображает уровень показателя полезности и риска решения, который ожидает лицо принимающее решение, т.е. отображает измеримые с обеих сторон ожидаемые боевые потери. Естественно, зависимость $\varphi(\alpha, V)$, строится путем анализа данных о противнике и своих войсках, в результате объективной оценки обстановки. Однако, она без сомнения часто носит и субъективный характер, т.к. отображает также личностные взгляды и предпочтения ЛПР, оставаясь нечетной S-образной функцией ожидаемых боевых потерь.

Так, например, если отношение ЛПР к ситуации (к ожидаемому успеху и неудаче) «ровное», то это отображается параметром функции $\alpha = 2$, что означает ожидаемое умеренное нарастание потерь сторон из-за примерного равенства интенсивностей огневого воздействия сторон одной на другую.

В случае «смело-пессимистической» оценки ожидаемого исхода боя, это отображается параметром $\alpha = 4$.

Тогда это означает, что ожидается быстрое нарастание потерь сторон из-за интенсивного, но соизмеримого взаимного воздействия сторон.

Наконец, при «осторожно-оптимистическом» отношении ЛПР

$$\varphi(\alpha,V)=\left\{\left[1+e^{(-\alpha(V+V_0-V_0))}\right]^{-1}-\frac{1}{2}\right\}\cdot 2=\frac{l^{\alpha\frac{V}{2}}-l^{-\alpha\frac{V}{2}}}{l^{\alpha\frac{V}{2}}+l^{-\alpha\frac{V}{2}}}=th\left(\alpha\frac{V}{2}\right), \qquad (3)$$

к успеху и своим потерям, для функции (3) имеем $\alpha=1$, что соответствует ситуации, когда ЛПР считает полезным принять такое решение, которое приведет к медленному нарастанию потерь противника при одновременном предотвращении быстрого нарастания своих потерь. Однако, функция $\varphi(\alpha,V)$

$$\varphi(\alpha,V)=\begin{cases} th(2,V)-\text{ровное отношение} \\ th(4,V)-\text{смело пессимести ческое} \\ th(1,V)-\text{осторожно пессимести ческое}\end{cases}$$

может оказаться и функцией общего вида, когда $\varphi(\alpha,V)\neq-\varphi(\alpha,-V)$.

$$\varphi(\alpha,V)=\begin{cases} th(3,V)-V>0 \\ th(1,V)-V<0\end{cases} \qquad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что, если показатель интенсивности α противоборства сторон точно известен (например, по данным оценки обстановки перед началом боевого противоборства) он может быть вычислен как разность интенсивностей огневого воздействия сторон одной на другую (например, в виде относительного уровня своей боевой мощи, нормированного своими потерями), то значение функции полезности и риска может быть вычислено для любого заданного значения выигрыша потерь противника $(V>0)$ и проигрыша потерь своих войск $(V<0)$.

Поскольку значение α, например, для ситуации (4) на практике обычно неизвестны, то они должны быть определены, например, методами статистического оценивания по совокупности нескольких дискретных значений функции полезности и риска $\varphi(\alpha,V)$, взятых с учетом предпочтений ЛПР о некоторых ожидаемых значениях боевых потерь обеих противоборствующих сторон.

Полученные оценки α',α'' позволят иметь прогнозные значения функции полезности и риска для потерь произвольного уровня, а также определять ожидаемый уровень потерь, когда польза и риск достижения этого уровня известны.

Решим задачу прогнозирования параметров функции потерь и риска для более общего случая, когда эта функция является непрерывной и дифференцируемой функцией двух параметров и имеет вид, подобный рис. 2, характерный для «смело-оптимистического» отношения ЛПР к успеху и к своим потерям.

С этой целью модифицируем (3), т.е. преобразуем нечетную функцию $\varphi(\alpha,V)$ в функцию общего вида путем её сдвига на постоянную величину по обеим осям и нормирования:

$$\varphi(\alpha,V_0,V)=\frac{th\left[\frac{\alpha}{2}(V-V_0)\right]+th\left(\frac{\alpha}{2}V_0\right)}{1+th\left(\frac{\alpha}{2}V_0\right)}=\frac{l^{\alpha V}-1}{l^{\alpha V}+l^{\alpha V_0}} \qquad (5)$$

При этом $\alpha>0, V_0\geq 0$, где α – показатель разности относительных интенсивностей боевого воздействия, нормированных уровнями собственных потерь сторон;

V_0 – показатель асимметрии функции полезности и риска, отображающий степень оптимистичности отношения ЛПР к ожидаемому исходу боевого противоборства.

Функция полезности и риска $\dfrac{l^{\alpha V}-1}{l^{\alpha V}+l^{\alpha V_0}}$.

разложим $\varphi(\alpha^T, V)$ в ряд Тейлора по параметрам α_1, α_2 в окрестности вектора $\alpha_0^T = (\alpha_1^0, \alpha_2^0)$, ограничившись первыми членами ряда. При этом для $V = V_k$, $\forall_k = \overline{1,m}$ получим:

$$\varphi(V_k) = \varphi_{0,0}(V_k) + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial\varphi(V_k)}{\partial\alpha_i(\alpha_{0i})}\left(\alpha_i - \alpha_i^0\right) = \varphi_{0,0}(V_k) + \varphi_1(V_k)\Delta\alpha_1 + \varphi_2(V_k)\Delta\alpha_2, \quad (7)$$

Алгоритм и погрешности оценок максимального правдоподобия параметров функции полезности и риска

Совместные оценки $\hat{\alpha}$ и $\hat{V}_0$, т.е. параметров функции (5), без принятия специальных мер для линеаризации этой функции найти невозможно. Поэтому найдем их в два приема.

Вначале по известным дискретным значениям $\varphi(\alpha, V, V_k)$, $\forall_k = \overline{1,m}$, найдем опорные значения

$$\alpha = \alpha_0, \quad V_0 = V_0^0,$$

Пусть известны значения $\cdot\,\varphi_{V_1} = \varphi(\alpha, V_0, V_1)$ и $\varphi_{V_m} = \varphi(\alpha, V_0, V_m)$, взятые на концах каждого из полуинтервалов. Тогда искомые α^0 и V_0^0 находим согласно (5) в виде: (6)

$$\alpha^0 = -\frac{1}{V_m}\ln\left[\frac{\varphi_{V_1}}{\varphi_{Vm}}\left(\varphi_{V_m}-1\right)\right];$$

$$V_0^0 = V_m \frac{\ln\left(-\varphi_{V_1}\right)}{\ln\left[\dfrac{\varphi_{V_1}}{\varphi_{Vm}}\left(\varphi_{V_m}-1\right)\right]}$$

Для отыскания оптимальных оценок $\hat{\alpha}$ и $\hat{V}_0$ методом максимального правдоподобия с учетом их опорных значений (6) и всех значений $\varphi(\alpha, V_0, V)$ на интервале $V \in [V_1, V_m]$, известных с погрешностями, например, δ_k, $k = \overline{1,m}$, введя обозначения

$$\alpha = \alpha^0 + \Delta\alpha = \alpha_1 = \alpha_1^0 + \Delta\alpha_1; \quad (6а)$$
$$V_0 = V_0^0 + \Delta V = \alpha_2 = \alpha_0^2 + \Delta\alpha_2,$$

$$\varphi_{0,0}(V_k) = \frac{l^{\alpha_1^0 V_k} - 1}{l^{\alpha_1^0 V_k} + l^{\alpha_1^0 \alpha_2^0}} \quad (8)$$

$$\varphi_{1k} = \varphi_1(V_k) = (V_k - \alpha_2) = \frac{l^{\alpha_1(V_k+\alpha_2)}}{\left(l^{\alpha_1 V_k} + l^{\alpha_1\alpha_2}\right)^2}$$

$$\varphi_{2k} = \varphi_2(V_k) = \alpha_1 \frac{l^{\alpha_1\alpha_2} - l^{\alpha_1(V_k+\alpha_2)}}{\left(l^{\alpha_1 V_k} + l^{\alpha_1\alpha_2}\right)^2}$$

Для всех $t = t_k$, $k = \overline{1,m}$ выражения типа (7) составляют систему вида

$$A^T \cdot \Delta\alpha = C \quad (9)$$

где

(10)

$$A = \begin{pmatrix} \varphi_1(V_1) & \ldots & \varphi_1(V_m) \\ \varphi_2(V_1) & \ldots & \varphi_2(V_m) \end{pmatrix}, \ \Delta\alpha = \begin{pmatrix} \Delta\alpha_1 \\ \Delta\alpha_2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} \varphi(V_1) - \varphi_{0,0}(V_1) \\ \ldots \\ \varphi(V_m) - \varphi_{0,0}(V_m) \end{pmatrix}$$

Прежде чем перейти к отысканию вектора оценок $\Delta\hat{\alpha}$, найдем, используя правило Саррюса, определитель информационной матрицы Фишера, который согласно (10) равняется

(11)

$$\left|A^T A\right| = \sum_{k=1}^{m}\varphi_1^2(V_k)\sum_{k=1}^{m}\varphi_2^2(V_k) - \left[\sum_{k=1}^{m}\varphi_1(V_k)\varphi_2(V_k)\right]^2$$

Из (11), имея в виду (8), можно сделать вывод о том, что определить матрицы $A^T A$ не равен нулю, следовательно, при решении уравнения (9) можно получить оценки, обладающие конечной дисперсией

$$\left(A^T \Pi^{-1} A\right)^{-1} = \left[\sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{1k}^2 \sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{2k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{1k}\varphi_{2k}\right)^2\right]^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{1k}^2 & -\sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{1k}\varphi_{2k} \\ -\sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{1k}\varphi_{2k} & \sum_{k=1}^{m} W_k \varphi_{2k}^2 \end{pmatrix} \qquad (17)$$

Учтем неточное описание зависимости $\varphi(V)$ на интервале $[V_1, V_m]$.

Значения вектора C содержат ошибку. Следовательно, имеем случайные вектор $C+\delta$, а его реализация имеет вид

$$y = C + \delta' \qquad (12)$$

Если ошибки описания закономерности $\varphi(V_k)$, $\forall_k = \overline{1,m}$ распределены нормально с нулевым средним значением, то их плотность вероятности имеет вид

$$\varphi(\delta') = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} \left|\ \prod\ \right|^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{\left\{-\delta^T \Pi^{-1} \delta\right\}} \qquad (13)$$

Функция правдоподобия параметров $\Delta\alpha$, подлежащих оценке, согласно (12) равняется

$$\varphi(\Delta\alpha/y) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} \left|\ \prod\ \right|^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{\left\{-\frac{1}{2}(y-A\Delta\alpha)^T \Pi^{-1} (y-A\Delta\alpha)\right\}}, \qquad (14)$$

где $A = A(\alpha_0)$; $y = y(\Delta_{ист.}, \delta')\ldots, \ldots$.

Для независимых ошибок неравноточного описания закономерности изменения функции полезности и риска $\varphi(V)$ матрица ковариации и обратная ей являются диагональными

$$\Pi = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \sigma_m^2 \end{pmatrix}; \qquad (15)$$

$$\Pi^{-1} = \begin{pmatrix} W_1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & W_2 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & W_3 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & W_m \end{pmatrix};$$

$$W_k = \sigma_k^{-2} \qquad (16)$$

Матрица $\left(A^T \Pi^{-1} A\right)^{-1}$ согласно (10) и (15) равняется

В соответствии с (6, 6а, 7, 8 16, 17) в результате получаются искомые оценки параметров функции полезности и риска, т.е. оценка показателя интенсивности противоборства и оценка асимметричности этой функции:

$$\begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{V}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^0 + \dfrac{\sum_{l=1}^{m}\left[W_l\varphi_{1l}\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{2k}^2 - W_l\varphi_{2l}\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}\varphi_{2k}\right]\cdot y_l}{\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}^2 \sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{2k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}\varphi_{2k}\right)^2} \\ V_0^0 + \dfrac{\sum_{l=1}^{m}\left[W_l\varphi_{2l}\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}^2 - W_l\varphi_{1l}\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}\varphi_{2k}\right]\cdot y_l}{\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}^2 \sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{2k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}\varphi_{2k}\right)^2} \end{pmatrix} \qquad (18)$$

Дисперсии этих оценок согласно (17) равняются

$$\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}^2 \Bigg/ \left[\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}^2 \sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{2k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}\varphi_{2k}\right)^2\right] \qquad (19)$$

$$\sigma_{\hat{V}}^2 = \sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{2k}^2 \Bigg/ \left[\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}^2 \sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{2k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} W_k\varphi_{1k}\varphi_{2k}\right)^2\right]$$

Подставляя оценки (18) в (5), получаем ожидаемую закономерность, т.е. зависимость функции полезности и риска от ожидаемых результатов исхода боевого противоборства.

Заключение

С помощью этой найденной зависимости можно оценивать: во-первых, уровень полезности и риска при достижении заданного уровня потерь одной или другой стороны; во-вторых, уровень ожидаемых потерь одной или другой стороны, если задан приемлемый уровень полезности и риска.

Практическое применение изложенного инструмента трудностей не вызывает, особенно при применении компьютера.

Существенно более сложной является проблема выяснения объективных исходных данных о зависимости между дискретными значениями функции полезности и риска и значениями потерь V_k в соответствующих точках при малых значениях. Ясно, что погрешности (19) прогнозных значений параметров зависят не только от погрешностей в исходных данных, но и от длительности интервала наблюдения V_k, $k = \overline{1,m}$.

Список использованной литературы

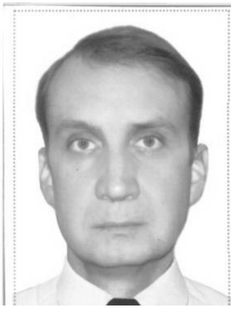
1. Саркисян С.А. Теория прогнозирования и принятия решений. / С.А. Саркисян // Высшая школа. – Москва: 1977. – С. 352.
2. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. / П. Фишберн // Наука – Москва: 1978. –С. 340.
3. Murthy D. Стохастическая модель для прогнозирования технологических изменений. Реф. Сб. «Экономика промышленности». – 1980, № 81.
4. Саркисян С.А. Современные методы научно-технического прогнозирования. / С.А. Саркисян // Экономическая эфективность авиационной техники. – Москва: Машиностроение, 1974. – С. 3 – 11.
5. Райфа Г. Анализ решений. / Г. Райфа // Наука – Москва: Наука, 1977. – С.400.
6. Ткаченко П.Н. и др. Математические методы боевых действий. / П.Н. Ткаченко// – Москва: Сов. радио, 1969. – С.210.

Получено 28.04.2016

References

1. S. A. Sarkisian. Teoriia prohnozirovaniia I priniatiia reshenii. [Prediction and decision making theory.] *Vysshaia shkola, Moskow, 1977.* (In Russian.)
2. P. Fishbern. Teoriia poleznosti dlia priniatiia reshenii. [Usefulness theory for decision making.] Nauka, Moskow, 1978. (In Russian.)
3. D. Murthy. Stokhasticheskaia model dlia prohnozirovaniia tekhnologicheskikh izmenenii. [Stochastic model for the prediction of technological changes.] Ekonomika promyshlennosti, 1981, 81. (In Russian.)
4. S. A. Sarkisian. Sovremennye metody naychno-tekhnchniho prohnozirovaniia. [Modern scientific and technical prediction methods.] Mashynostroenie, Moskow, 1974. (In Russian.)
5. H. Raifa Analiz reshenii. [Desions analysis.] Nauka, Moskow, 1977. (In Russian.)
6. P. N. Tkachenko. Matematicheskie metody boevykh deistvii. [Mathematical methods of the operations.] Sov.radio, Moskow, 1969. (In Russian.)

Рындин Юрий Игоревич,
старший преподаватель, Военная академия (г.Одесса)
Т.:097-487-6029,
E-mail: sini_86@mail.ru



Левченко Андрей Олександрович, к.т.н., доцент, начальник кафедры, Военная академия (г.Одеса)
Т.:067-776-0753,
E-mail: AndreyLevchenko2007@Yandex.ua

Максименко Юрий Анатольевич, преподаватель, Военная академия (г.Одеса)
Т.:097-526-7230,
E-mail: Max75-08@mail.ru

Шумков Игорь Александрович, начальник научно-исследовательской лаборатории, Военная академия (г.Одеса)
Т.:063-760-2095,
E-mail: koksix@mail.ru