УДК 004.67

С. В. Машталир, канд. техн. Наук,
Е. В. Мантула

МАТРИЧНАЯ ПРОГНОЗИРУЮЩАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ ОБУЧЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА

Аннотация *Предложен подход к синтезу матричных прогнозирующих моделей двумерных полей наблюдений и введены процедуры оценивания параметров этих моделей, которые являются обобщением известных адаптивных алгоритмов идентификации на матричный случай, для решения задач экологического мониторинга, в которых исходные данные «зашумлены» интенсивными возмущениями, а сами контролируемые последовательности достаточно нестационарны. Данные процедуры характеризуются простотой численной реализации.*

Ключевые слова: *прогнозирование, прогнозирующая модель, прогнозирующая модель с экзогенными переменными, обучение прогнозирующей модели, процедуры адаптивной идентификации, матричная модель, аддитивно–мультипливативный алгоритм Качмажа, процедуры оценивания параметров моделей, процедуры оценивания на скользящем окне*

S. V. Mashtalir, PhD,
Ye. V. Mantula.

MATRIX PREDICTIVE MODEL AND ITS LEARNING IN TASKS OF ENVIRONMENTAL MONITORING

Abstract.*An approach to the synthesis of matrix predictive models of two-dimensional fields of observation is offered and introduced the procedure of estimating the parameters of these models which are generalizations of adaptive algorithms identify the matrix case, for the solution of problems of environmental monitoring, that have a problem related to the fact that the raw data are"noised" by intense interference and controlled by themselves sufficient nonstationary sequences. These procedures are characterized by simple numerical implementation.*

Keywords: *forecasting, predictive model, predictive model with exogenous variables, predictive model learning, adaptive identification procedure, matrix model, additiv–multiplivativny Kaczmarz's algorithm, the procedure for estimating the parameters of models, the estimation procedure for the sliding window*

С. В. Машталір, канд. техн. наук,
О. В. Мантула

МАТРИЧНА ПРОГНОЗУЮЧА МОДЕЛЬ ТА ЇЇ НАВЧАННЯ В ЗАДАЧАХ ЕКОЛОГІЧНОГО МОНІТОРИНГУ

Анотація. *Запропоновано підхід до синтезу матричних прогнозуючих моделей двовимірних полів спостережень і введені процедури оцінювання параметрів цих моделей, що є узагальненням існуючих адаптивних алгоритмів ідентифікації на матричний випадок, для вирішення проблем екологічного моніторингу, де вихідні дані «зашумлені» інтенсивними перешкодами, а самі контрольовані послідовності досить нестаціонарні. Дані процедури характеризуються простотою чисельної реалізації.*

Ключові слова: *прогнозування, прогнозуюча модель, прогнозуюча модель з екзогенними змінними, навчання прогнозуючої моделі, процедури адаптивної ідентифікації, матрична модель, адитивно–мультіплівативний алгоритм Качмажа, процедури оцінювання параметрів моделей, процедури оцінювання на змінному вікні*

Введение. В задачах экологического мониторинга достаточно часто встречаются процессы, протекание которых характеризуется двумерными полями [1]. Наиболее характерными представителями таких полей являются области загрязнений воздушного бассейна и водной поверхности, а прогнозирование их распространения в пространстве является достаточно актуальной задачей.

Для решения этой задачи необходимо использовать какую-либо гипотезу о механизме их генерации и иметь наиболее приемлемую математическую модель оценивания параметров загрязнений. В качестве матричной прогнозирующей модели в [1, 4] была предложена операция линейного преобразования матрицы предыстории прогнозируемого процесса y в матрицу z той же размерности вида

$$z = A * y = (\sum_{j=1}^{v} A_{ij} y_j \vdots \sum_{j=1}^{v} A_{2j} y_j \vdots \ldots \vdots \sum_{j=1}^{v} A_{vj} y_j), \quad (1)$$

где y_j – j-й столбец ($n \times v$) – матрицы y, A_{ij} – ($n \times n$) матрицы преобразований, подлежащие оцениванию, при этом преобразование (1) содержит $(nv)^2$ неизвестных пара-

© Машталир С.В., Мантула Е.В., 2013

метров.

Вводя далее операции циклической перестановки

$$[y]^{(j)} = (y_j \vdots y_{j+1} \vdots \dots \vdots y_v \vdots y_1 \vdots \dots \vdots y_{j-2} \vdots y_{j-1})$$

и трансплантации

$$\{y\}_{(j)} = (\vec{0} \vdots \vec{0} \vdots \dots \vec{0} \vdots y_j \vdots \vec{0} \vdots \dots \vec{0}),$$

преобразование (1) можно переписать в виде матричной свертки

$$z = A * y = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{v} \left\{ A_{ij} [y]^{(j)} \right\}_{(i)}. \qquad (2)$$

Использование выражения (2) для синтеза прогнозирующей модели неудобно в силу его громоздкости и большого числа оцениваемых параметров, что, в свою очередь, требует больших объемов обучающих выборок для решения задачи параметрической идентификации. Можно, конечно, воспользоваться операциями векторизации и девекторизации [6], при этом для $(n \times v)$ – матрицы y в результате столбцевой векторизации получаем $(nv \times 1)$ – вектор-столбец

$$\hat{y} = (y_1^{\mathrm{T}}, y_2^{\mathrm{T}}, \dots, y_j^{\mathrm{T}}, \dots, y_v^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},$$

а в результате строчной векторизации – $(1 \times nv)$-вектор-строку

$$\overline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n),$$

где y_j, y_i – j-й столбец и i-я строка матрицы y соответственно.

Обратное преобразование столбца или строки в матрицу реализуется с помощью операции девекторизации, обозначаемой (♀) и (⍜) соответственно.

Вводя далее матрицу преобразования в виде:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1v} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2v} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{v1} & A_{v2} & \dots & A_{vv} \end{pmatrix}$$

(здесь A_{ij} – $(n \times n)$ – матрицы) и произведение

$$A\hat{y} = \left((\sum_{j=1}^{v} A_{vj} y_j)^{\mathrm{T}}, (\sum_{j=1}^{v} A_{vj} y_j)^{\mathrm{T}}, \dots, (\sum_{j=1}^{v} A_{vj} y_j)^{\mathrm{T}} \right)^{\mathrm{T}}$$

в результате столбцевой девекторизации получаем:

$$z = (A\hat{y})_{+} = (\sum_{j=1}^{v} A_{1j} y_j \vdots \sum_{j=1}^{v} A_{2j} y_j \vdots \dots \vdots \sum_{j=1}^{v} A_{vj} y_j = A \times y.$$

Аналогичным образом преобразование типа (1) может быть получено и с помощью строчных векторизации – девекторизации.

В задачах экологического мониторинга (и не только) достаточно часто предполагается, что контролируемые процессы и явления являются случайными, в связи с чем целесообразно ввести матричные аналоги векторных случайных процессов и последовательностей. Так, в [4] была введена матричная Марковская последовательность.

$$y(k) = A * y(k-1) + \xi(k), \qquad (3)$$

где $\xi(k) = \{\xi_{ij}(k)\}$ – матричный белый шум.

В принципе, используя операции векторизации–девекторизации, можно переписать (3) в форме

$$y(k) = (A\hat{y}_{+}(k-1)) + \xi(k) \qquad (4)$$

и для оценки неизвестных параметров матрицы А использовать стандартный метод наименьших квадратов, однако высокая размерность ($(nv)^2$) существенно усложняет его использование. В связи с этим, в [4] было предложено использовать конструкцию

$$y(k) = A * y(k-1) + \xi(k) =$$
$$= \left(\sum\nolimits_{j=1}^{v} c_{j1} A y_j (k-1) \vdots \sum\nolimits_{j=1}^{v} c_{j1} A y_j (k-1) \vdots \dots \right.$$
$$\left. \vdots \sum\nolimits_{j=1}^{v} c_{j1} A y_j (k-1) \right) + \xi(k),$$

соответствующую выражению

$$y(k) = Ay(k-1)C + \xi(k), \qquad (5)$$

где A и C – $(n \times n)$ и $(v \times v)$ – матрицы преобразования, подлежащие определению, при этом описание содержит всего $n^2 + v^2 < (nv)^2$ параметров.

В развитие описания (5) в [7] была введена матричная модель авторегрессии вида

$$y(k) = \sum_{h=1}^{n_A} A^h * y(k-h) + \xi(k) =$$
$$= \sum_{h=1}^{n_A} A^h * y(k-h) C^h + \xi(k) =$$
$$= \tilde{A}\big(y(k-1) \vdots y(k-2) \vdots \dots \vdots y(k-n_A)\big)\tilde{C} + \xi(k) =$$
$$= \tilde{A}\tilde{y}(k-1)\tilde{C} + \xi(k), \qquad (6)$$

содержащая $(n^2 + v^2)n_A$ параметров.

Здесь $\tilde{A} = (A^1 \vdots A^2 \vdots \dots \vdots A^{n_A})$,

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} C^1 \\ \dots \\ C^2 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ C^{n_A} \end{pmatrix},$$

$$\tilde{y}(k-1) = \begin{pmatrix} y(k-1) & & & \\ & y(k-2) & 0 & \\ 0 & & \ddots & \\ & & 0 & y(k-n_A) \end{pmatrix}.$$

Прогнозирующая матричная модель с экзогенными переменными

В задачах экологического мониторинга на значение контролируемых показателей загрязнения окружающей среды существенным образом влияет множество экзогенных факторов [8], описывающих, прежде всего, текущие метеорологические условия. В связи с этим введем в рассмотрение прогнозирующую матричную модель с экзогенными входами вида:

$$y(k)=\sum_{h=1}^{n_A} A^h * y(k-h)h+\sum_{l=1}^{n_B} B^l x(k-l)+D^l+\xi(k) \quad (7)$$

(здесь $x(k-l)$ – $(n\times v)$ – матрица экзогенных факторов в дискретный момент времени $k-l$, $l=1,2,...,n_B$), содержащую $(n^2+v^2)\times(n_A+n_B)$ параметров, подлежащих определению. Вводя далее матрицу $\tilde{A}=(A^1 \vdots A^2 \vdots ... \vdots A^{n_A} \vdots B^1 \vdots ... \vdots B^{n_B})$ размерности $n\times(n_A+n_B)$,

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} C^1 \\ \vdots \\ C^{n_A} \\ D^1 \\ \vdots \\ D^{n_B} \end{pmatrix}$$ размерности $v(n_A+n_B)\times v$ и

$$\tilde{y}(k-1)=\begin{pmatrix} y(k-1) & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & y(k-n_B) & & 0 & \\ & & & x(k-1) & & \\ 0 & & & & \ddots & \\ & & & & & x(k-n_B) \end{pmatrix}$$

размерности $n(n_A+n_B)\times v(n_A+n_B)$, можно переписать (7) в компактной форме

$$y(k)=\tilde{A}\tilde{y}(k-1)\tilde{C}+\xi(k), \quad (8)$$

после чего поставить в соответствие описанию (8) настраиваемую прогнозирующую модель

$$\hat{y}(k+1)=\tilde{A}\tilde{y}(k)\tilde{C}(k), \quad (9)$$

где $\tilde{A}(k)$, $\tilde{C}(k)$ – матрицы уточняемых оценок, полученных по данным k наблюдений.

Понятно, что в k-й момент времени настраивается не модель (9), а ее «сдвинутый» назад аналог

$$\hat{y}(k)=\tilde{A}(k-1)\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1). \quad (10)$$

Обучение прогнозирующей матричной модели

Поскольку в задачах экологического мониторинга контролируемые показатели описываются нестационарными стохастическими или хаотическими последовательностями, для оценивания параметров модели (10) следует использовать адаптивные процедуры идентификации, однако известные алгоритмы не ориентированы на матричные модели, в связи с чем требуется их серьезная модификация.

В [5] был предложен оптимальный градиентный алгоритм идентификации, минимизирующий в on-line режиме критерии оценивания

$$\begin{cases} J^A(k)=Sp(y(k)-\tilde{A}(k-1)\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1))\times \\ \quad \times(y(k)-\tilde{A}(k-1)\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1))^{\mathrm{T}}= \\ \quad =SpV^A(k)V^{A^{\mathrm{T}}}(k)=\|V^A(k)\|^2, \\ J^C(k)=Sp(y(k)-\tilde{A}(k)\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1))\times \\ \quad \times(y(k)-\tilde{A}(k)\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1))^{\mathrm{T}}= \\ \quad =SpV^C(k)V^{C^{\mathrm{T}}}(k)=\|V^C(k)\|^2 \end{cases}$$

(здесь Sp обозначает след матрицы, $\|\circ\|$ – евклидову матричную норму) и имеющий вид

$$\begin{cases} \tilde{A}(k)=\tilde{A}(k-1)+\eta_A(k)V^A(k)\tilde{C}^{\mathrm{T}}(k-1)\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1), \\ \tilde{C}(k)=\tilde{C}(k-1)+\eta_C(k)\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1)\tilde{A}(k)V^C(k), \end{cases} \quad (11)$$

где $\eta_A(k)$, $\eta_C(k)$ – скалярные параметры шага обучения.

На основе процедуры (11) можно ввести матричную модификацию адаптивного аддитивно-мультипликативного алгоритма Качмажа [9] вида:

$$\begin{cases} \tilde{A}(k)=\tilde{A}(k-1)+\gamma(SpV^{A}(k)\tilde{C}^{\mathrm{T}}(k-1)\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1)\times \\ \times\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1)V^{A^{\mathrm{T}}}(k))(\beta+SpV^{A}(k)\tilde{C}^{\mathrm{T}}(k-1)\times \\ \times\tilde{y}^{T}(k-1)\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1)\tilde{C}^{\mathrm{T}}(k-1)\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1)\times \\ \times\tilde{y}(k-1)\tilde{C}(k-1)V^{A^{\mathrm{T}}}(k))^{-1}V^{A}(k)\tilde{C}(k-1)\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1), \\ \tilde{C}(k)=\tilde{C}(k-1)+\gamma(SpV^{C^{\mathrm{T}}}(k)\tilde{A}(k)\tilde{y}(k-1)\times \\ \times\tilde{y}^{T}(k-1)\tilde{A}^{\mathrm{T}}(k)V^{C}(k))(\beta+Sp\tilde{A}(k)\tilde{y}(k-1)\times \\ \times\tilde{y}^{T}(k-1)\tilde{A}^{\mathrm{T}}(k)V^{C}(k)V^{C^{\mathrm{T}}}(k)\tilde{A}(k)\times \\ \times\tilde{y}(k-1)\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1)\tilde{A}^{\mathrm{T}}(k))^{-1}\tilde{y}^{\mathrm{T}}(k-1)\tilde{A}^{\mathrm{T}}(k)V^{C}(k), \end{cases} \tag{12}$$

где $0<\gamma<2$, $\beta\geq 0$ – свободные параметры, выбираемые из эмпирических соображений. Несложно также заметить, что, если $y(k)$ и $\tilde{y}(k-1)$ – скаляр и вектор соответственно, $\gamma=1$, $\beta=0$, то (12) автоматически превращается в обычный одношаговый алгоритм Качмажа, являющийся одним из самых популярных в теории и практике адаптивной идентификации.

Поскольку в реальных задачах экологического мониторинга исходные данные «зашумлены» интенсивными возмущениями, а сами контролируемые последовательности существенно нестационарны, одношаговые алгоритмы типа (12) могут не обеспечивать требуемую точность прогнозирования, в связи с чем имеет смысл использовать «оконные» процедуры [10], обладающие сглаживающими свойствами.

Введем в рассмотрение матричную модель.

$$y(k)=\tilde{A}\tilde{x}(k)+\xi(k)$$

(здесь $y(k)$, $\tilde{x}(k)$, $\tilde{A}$ – $(n\times v)$, $n(n_A+n_B)\times v$, $n\times n(n_A+n_B)$ – матрицы, $\tilde{x}(k)=\tilde{y}(k-1)\tilde{c}$) и критерий идентификации

$$J^{\tilde{A}}(k)=\sum_{\lambda=1}^{h}Sp\big(y(x)-\tilde{A}(k)\tilde{x}(\lambda)\big)\big(y(\lambda)-\tilde{A}(k)\tilde{x}(\lambda)\big)^{\mathrm{T}},$$

минимизация которого ведет к оценке

$$\tilde{A}(k)=p_{\tilde{A}}(k)R_{\tilde{A}}^{-1}(k), \tag{13}$$

где

$$p_{\tilde{A}}(k)=\sum_{\lambda=1}^{k}y(\lambda)\tilde{x}^{T}(\lambda),\ R_{\tilde{A}}(k)=\sum_{\lambda=1}^{k}\tilde{x}(\lambda)\tilde{x}^{T}(\lambda).$$

Несложно организовать пересчет оценок (13) на скользящем окне, содержащем s последних наблюдений:

$$\begin{cases} p_{\tilde{A}}^{s}(k)=p_{\tilde{A}}^{s}(k-1)+y(k)\tilde{x}^{T}(k)- \\ \qquad -y(k-s)\tilde{x}^{T}(k-s), \\ R_{A}^{s}(k)=R_{A}^{s}(k-1)+\tilde{x}(k)\tilde{x}^{T}(k)- \\ \qquad -\tilde{x}(k-s)\tilde{x}^{T}(k-s), \\ \tilde{A}^{s}(k)=p_{\tilde{A}}^{s}(k)(R_{A}^{s}(k))^{-1}. \end{cases}$$

Аналогично предыдущему введем также модель

$$y(k)=\tilde{\tilde{x}}(k)\tilde{C}+\xi(k)$$

(здесь $\tilde{\tilde{x}}(k)$, $\tilde{C}$ – $n\times v(n_A+n_B)$, $\delta(n_A+n_B)\times\delta$ -матрицы, $\tilde{\tilde{x}}(k)=\tilde{A}\tilde{y}(k-1)$) и критерий идентификации

$$J^{\tilde{C}}(k)=\sum_{\lambda=1}^{h}Sp\big(y(\lambda)-\tilde{\tilde{x}}(\lambda)\tilde{C}(k)\big)\big(y(\lambda)- \\ -\tilde{\tilde{x}}(\lambda)\tilde{C}(k)\big)^{\mathrm{T}}, \tag{14}$$

минимизация которого ведет к оценке

$$\tilde{C}(k)=R_{\tilde{C}}^{-1}(k)p_{\tilde{C}}(k), \tag{15}$$

где

$$R_{\tilde{C}}(k)=\sum_{\lambda=1}^{k}\tilde{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{\tilde{x}}(\lambda),$$

$$p_{\tilde{C}}(k)=\sum_{\lambda=1}^{k}y^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{\tilde{x}}(k).$$

Вводя далее процедуру оценивания на скользящем окне, получаем оценки

$$\begin{cases} p_{\tilde{C}}^{s}(k)=p_{\tilde{C}}^{s}(k-1)+y^{T}(k)\tilde{\tilde{x}}(k)- \\ \qquad -y^{T}(k-s)\tilde{\tilde{x}}(k-s), \\ R_{\tilde{C}}^{s}(k)=R_{\tilde{C}}^{s}(k-1)+\tilde{\tilde{x}}^{T}(k)\tilde{\tilde{x}}(k)- \\ \qquad -\tilde{\tilde{x}}^{T}(k-s)\tilde{\tilde{x}}(k-s), \\ \tilde{C}^{s}(k)=(R_{\tilde{C}}^{s}(k))^{-1}p_{\tilde{C}}^{s}(k). \end{cases} \tag{16}$$

Таким образом, алгоритмы оценивания (12), (14), (16) являются обобщением на матричную модель популярных процедур адаптивной идентификации.

Выводы

Решена задача синтеза матричных прогнозирующих моделей двумерных полей наблюдений применительно к проблемам экологического мониторинга. Введены процедуры оценивания параметров этих моделей, являющихся обобщением известных адаптивных алгоритмов идентификации на матричный случай. Введенные процедуры характеризуются простотой численной реализации.

Список использованной литературы

1. Кунцевич, В. М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак. – К. : Наукова думка, 1985. – 248 с.

2. Caldas-Pinto, J. R. Self-tunning filters and predictors for two-dimensioal systems / J. R. Caldas-Pinto, P. E. Wellstead // Int. J. Control. – 1985. – Vol. 42. – No. 2. – P. 457 – 515.

3. Wellstead, P. E. Two-dimensional adaptive prediction, smoothing and filtering / P. E. Wellstead, G. R. Wagner, J.R. Caldas-Pinto // IEE Proceedings-F Communications, Radar and Signal Processing. – 1987. – Vol. 134. – No. 3. – P. 253 – 267.

4. Кунцевич, В. М. О решении задачи двумерной дискретной фильтрации. / В. М. Кунцевич // Автоматика и телемеханика. – 1987. – № 6. – С. 68 – 78.

5. Бодянский, Е. В. О решении задачи управления матричным объектом в условиях неопределенности / Е.В. Бодянский, И.П. Плисс // Автоматика и телемеханика. – 1990. – №2. – С 175 – 178.

6. Гришин, В.Н. Модели, алгоритмы и устройства идентификации сложных систем. / В. Н. Гришин, В. А. Дятлов, Л. Г. Милов – Л.: Энергоатомиздат., 1985. – 104 с.

7. Бодянский, Е. В. Субоптимальное управление стохастическими процессами. / Е. В. Бодянский, С. Г. Удовенко, А. Е. Ачкасов, Г. К.Вороновский. – Харьков : Основа, 1997. – 140 с.

8. Zanetti, P. Air pollution modelling. / P. Zanetti // N. Y.: Van Nostrand Reinhold, 1990 – 302 p.

9. Райбман, Н. С. Построение моделей процессов производства. / Н. С. Райбман, В.М. Чадеев. – М. : Энергия, 1975. – 367 с.

10. Перельман, И. И. Оперативная идентификация объектов управления. / И.И. Перельман. – М. : Энергоатомиздат, 1982. – 272 с.

Получено 23.04.2013

References

1. Kuntsevich, V. M. Synthesis of optimal and adaptive control systems. Game approach / V. M. Kuntsevich, M. M. Lychak. – Kiev : Naukova Dumka, 1985. – 248 p. [in Russian]

2. Caldas-Pinto, J. R. Self-tunning filters and predictors for two-dimenal systems / J. R Caldas-Pinto, P. E Wellstead // Int. J. Control. – 1985. – Vol. 42. – No. 2. – P. 457 – 515 [in English].

3. Wellstead, P. E. Two-dimensional adaptive prediction, smoothing and filtering / P. E Wellstead, G. R Wagner, J. R Caldas-Pinto // IEE Proceedings-F Communications, Radar and Signal Processing. – 1987. – Vol. 134. – No. 3. – P. 253 – 267 [in English].

4. Kuntsevich, V. M. About solution of two-dimensional digital filtering. – Automation and Remote Control. – 1987. – No. 6. – P. 68 – 78 [in Russian].

5. Bodyanskiy, Ye. V. Solution of the control matrix object in the conditions of uncertainty / Ye. V. Bodyanskiy, I. P. Pliss // Automation and Remote Control. – 1990. – No. 2. – P. 175 – 178 [in Russian].

6. Grishin, V.N. Models, algorithms, and device identification of complex systems / V. N. Grishin, V. A. Dyatlov, L. G. Milov – Moscow : Energoatomizdat, 1985. – 104 p. [in Russian].

7. Bodyanskiy, Ye. V. Suboptimal control of stochastic processes [Bodyanskiy Ye. V., Udovenko S. G., Achkasov A. E., Voronovskiy G. K.] – Kharkiv : Osnova, 1997. – 140 p. [in Russian].

8. Zanetti, P. Air pollution modelling. – N.Y.: Van Nostrand Reinhold, 1990 – 302 p. [in English].

9. Raybman, N. S. Construction of models of production processes / N. S, Raybman, V. M. Chadeev – Moscow : Energiya, 1975. – 367 p. [in Russian].

10. Perelman, I.I. Real time identification of control objects / I. I. Perelman – Moscow : Energoatomizdat, 1982. – 272 p. [in Russian].

Мантула
Елена Вадимовна,
аспирантка Харьковского нац. ун-та радиоэлектроники,
м/т +38501927961

Машталир
Сергей Владимирович,
канд. техн. наук, доц. каф. информатики Харьковского нац. ун-та радиоэлектроники,
м/т +380505966299